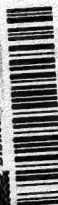


علوم الكمبيوتر

انظمة العد
في الحضاة القبة
والحاسبا لله الكونية

مجمع التراث العربي

Bibliotheca Alexandrina



0155735

علوم الكمبيوتر

جميع الحقوق محفوظة للمؤلف

القلاى : من تصميم اكرم الفندار

علوم الكمبيوتر

النظم العددية
في الحضاة القعية
والحاسبات العددية

محمم المراهمة الصغرية

الفصل الأول

أنظمة العد

في الحضارات القديمة

هدف الدراسة:

تسمى هذه الدراسة إلى وضع صورة واضحة للقضايا الرياضية - التاريخية التالية:

أولاً: تحديد الأثر الرياضي المهم الذي تركه محمد بن موسى الخوارزمي في علوم الرياضيات من خلال التطوير الذي أحدثه في أنظمة العدّ.

ثانياً: إظهار موقع « النظام الخوارزمي » في العدّ، بين أنظمة العد التي عرفها الإنسان منذ التاريخ المدوّن، حتى يتسنى لنا تصور طبيعة وحجم « الأثر » المذكور.

ولهذا لجأنا إلى استعراض أنظمة العد لدى العرب القدماء - وعلى وجه الخصوص مدنيّات مصر وبابل وتدمر واليمن - ثم مدنيّات الصين والهند واليونان والرومان وبلاد المايا... بالقدر الذي سمحت به المعرفة والإطلاع.

ثالثاً: المساهمة في المناقشات التي مضى على عمرها عقدان من الزمان حول الأصول التاريخية للشكلين الشهيرين:

المشرقي (١٠، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩).

والمغربي (0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9).

وعلى وجه العموم:

إن الهدف الرئيس من هذه الدراسة هو إظهار « الحقيقة التاريخية العربية » لكلا الشكلين الرقميين.

غير أن من المناسب، ابتداءً، التوقف، وبعبارة، عند هذا السؤال المهم: ما هو أقدم نظام عدّ في التاريخ؟

للإجابة على السؤال السابق شط علماء التاريخ في اتجاهين:

أولهما: فحص ودراسة الوثائق التاريخية، ثم وضع تصنيف مقارن للأنظمة العددية المكتشفة في مختلف المدنيات الشهيرة.

وثانيهما: استخلاص أنظمة العد لدى القبائل والشعوب التي ما زالت سلالاتها مستمرة حتى العصر الحديث، والتي لم يحدث أن كانت على تماس مع المدنيات المحيطة بها.

فخرج علماء التاريخ من الاتجاه الأول بنتيجة واضحة وهي أن أقدم الوثائق الحسابية المكتشفة وثيقتان أو برديتان مصريتان.

وهما: «بردية جولينشف» في موسكو، و«بردية رايند» في لندن.

وعلى رغم ظهور اختلاف في زمن هاتين الوثيقتين المهمتين إلا أن العلماء قد اتفقوا على أنها تمثلان عصراً واحداً هو عصر الأسرة الثانية عشرة (٢٠٠٠-١٧٨٨) قبل الميلاد - أو القرن التاسع عشر قبل الميلاد على وجه التقريب.

وأما علماء التاريخ الذين ساروا في الاتجاه الثاني فلقد تعارضت نتائجهم بشكل ملحوظ.

ففي حديثه عن الأقوام البدائية ذكر العلامة جورج سارتون ما نصه: «إن التقسيم إلى مجموعات أساس العدّ، وكل لغة تكشف عن وجود ما يسمّى الرياضيون قاعدة عددية، وهذه في الغالب خمسة - بين كثير من القبائل الأمريكية - وأحياناً عشرين - بين قبائل المايا - ولكنها في الغالب الأعم عشرة. وهذه القواعد أكثر شيوعاً من غيرها»^(١).

غير أن العلامة سارتون يذكر في الصفحة ٥٨ من كتابه ملاحظة تاريخية مهمة فيقول:

« وما يدعو إلى العجب اتفاق الشعوب السابقة إلى الحضارة اتفاقاً تلقائياً على استعمال القاعدة العشرية ».

وهنا لا بد من التركيز على ضرورة تصور فهم صحيح للعبارة السابقة، وبالتالي تخطي الفهم التصفي الذي ربما قاد البعض إلى رأي يقول إن الأقوام التي عاشت في المراحل التاريخية السابقة للتشكلات الحضارية هي التي اتفقت - برغم اتساع المسافات الفاصلة بينها - على استعمال القاعدة العشرية، لأن ذلك يوحي بأن مؤرخي العلم قد اتفقوا على أن النظام العشري هو أقدم نظام عدّ في التاريخ. وهو اتفاق لم يحدث كما نعلم.

ولا تنطبق ملاحظة سارتون - كما نعتقد - إلا على بعض الأقوام البدائية التي لم تكن على تماس مع المدنيات التي حولها. وبرغم ذلك ما زلنا نواجه سؤالاً تاريخياً مهماً يصطدم بالتطور المعرفي للإنسان. وهو:

ألا تعني غلبة القاعدة العشرية لدى هذه الأقوام البدائية « المعاصرة » - أو التي ما تزال سلاطنتها مستمرة حتى عصرنا - أن « أقوام ما قبل التاريخ » قد استخدمت أيضاً هذه القاعدة دون غيرها من القواعد؟.

سؤال لا تجيب عليه الوثائق التاريخية المكتشفة في العصور الحديثة. وليس بإمكاننا أن نقول فيه كلاماً مترابطاً وذات معنى تاريخياً ومعرفياً معاً.

ولهذا سنقف على أنظمة العدّ المكتشفة لدى الشعوب والأقوام التي أدركت الأنماط الحضارية وتركت خلفها، من الوثائق، ما يدل على معارفها وعلومها.

★ ★ ★ ★

نظام العدّ عند المصريين القدماء:

في القرن التاسع عشر قبل الميلاد كان المصريون القدماء يستخدمون نظام عدّ هيروغليفي بسيط يعتمد بدرجة رئيسية على فكرة « تكرار الرموز الأولية ».

ولهذا فإن التسمية الغالبة على هذا النظام هي « النظام الجمعي الصافي »
Purely Additive System وذلك تمييزاً له عن أنظمة أخرى مثل نظام العدّ
البابلي، الذي سيأتي ذكره.

ومن حيث الرموز قام نظام العدّ الهيروغليفي المصري على أربعة رموز
رئيسية - كما هو موضح في اللوحة (١). ثم أضيف إليها رموز أخرى خاصة
بمئات العشرة آلاف وما بعدها.

اللوحة (١):

هيروغليفي	عربي مشرقى
١	١
١٠	١٠
١٠٠	١٠٠
١٠٠٠	١٠٠٠

واستناداً إلى الفكرة الأساسية في هذا النظام فإن تمثيل العدد العشري
(٥٢٧) يقابله في النظام المصري الهيروغليفي:

اللوحة (٢):

٥٢٧	٥٢٧
-----	-----

ومن الواضح أن أكبر عيوب هذا النظام هو تضخم الرموز، وعلى وجه خاص حين يراد تمثيل الأعداد الكبيرة.

غير أن المصريين القدماء أفادوا منه في الأغراض التزيينية (decorative purposes).

وأما فكرة المصريين القدماء في الكسور العددية فإنها كما يقول سارتون:

« لسبب غريب كانت الكسور الوحيدة المقبولة لديهم هي الجزء الواحد من عدد ما. فكتبوا مثلاً « جزء من ١٢٥ » بمعنى $\frac{1}{125}$ ، كما أنهم استعملوا كسرين تكميليين هما $(\frac{2}{3})$ و $(\frac{3}{4})$ للتعبير عن الباقي من العدد، بعد أخذ « جزء من الثلاثة » أو « جزء من أربعة ».

وكان استعمالهم نادراً للكسر الثاني - ثلاثة أجزاء - أما الأول - جزءان - (بمعنى ثلثين) فكان شائعاً جداً يغلب وروده في النصوص الداخلية»^(٢).

ومن المؤكد أن المصريين القدماء اضطروا إلى اختراع رموز رقمية أخرى - غير الأربعة السابقة - نتيجة تطور مفهومهم للعدد على ضوء تغيرات حياتهم الحضارية القديمة.

لذا أوجدوا رموزاً تمثل « العشرة آلاف » و « المئة ألف » و « المليون » كما تشير بعض المصادر^(٣).

« وفي اللوحة الثالثة استخدام لرمز العشرة آلاف ».

اللوحة (٣)

	<p>١٢٣٤٥</p>
--	--------------

ومن الأدلة على تعاملهم مع الأرقام الكبيرة وجود « صولجان ملكي » بتحف
 الأشمويان بأكسفورد يرجع تاريخه إلى عهد الملك نارمر قبل الأسرة الأولى -
 (أي قبل عام ٣٤٠٠ ق.م.)- يسجل الاستيلاء على ١٢٠ ألف أسير و ٤٠٠ ألف
 ثور و ١,٤٢٢,٠٠٠ من الماعز. وهذه لا شك أعداد كبيرة منقوشة بطريقة قريبة
 إلى حد ما من طريقة الأعداد الرومانية لوجود رموز (حتى المليون) لأرقام
 عشرية يمكن تكرارها عدة مرات حسب العدد المطلوب «^(٤)».



وتلزم الإشارة هنا إلى التطور الذي طرأ على نظام العد المصري في
 المرحلتين: الهيروغليفية (hieroglyphic) والهيراتيكية (hieratic). ففي المرحلة
 الأولى كان الرقم أربعة ممثلاً بأربعة أعمدة دقيقة وأما في المرحلة الأخرى
 اللاحقة فقد اقتصر^(٥) على خط أفقي فقط (horizontal bar). بل إن المصريين
 ذهبوا أكثر من ذلك في المرحلة الهيراتيكية فاستحدثوا رموزاً جديدة لأرقام غير
 مركبة مثل السبعة التي أوجدوا لها العلامة (𐪎).

«ويمكن القارئ أن يميز بين المرحلتين على ضوء اختلاف تمثيل العدد
 ٢٨، كما هو واضح في اللوحة (٤)».

اللوحة (٤)

عربي / عدد	هيروغليفية	هيراتيكية
٢٨	𐪎𐪎 	= 𐪎

وانسحب هذا التطور على تمثيل الكسور أيضاً، كما يظهر في اللوحة (٥).
وهو التمثيل الذي ظهر في بردية أحس (أو أحسو)^(١٦): (Ahmes Papyrus).
اللوحة (٥)

عربي	هروغليفى	هيرايتيكى
$\frac{1}{8}$		$\frac{\cdot}{=}$
$\frac{1}{20}$		$\frac{\cdot}{\wedge}$

ومن الواضح في اللوحة الخاصة أنهم تعاملوا مع الكسور كما تتعامل في أيام
الناس هذه مع مقلوب العدد (reciprocal).

ولكن. هل كان لهم نظام عددي؟
يستفاد من العرض السابق أن المصريين القدماء لم يكونوا نظاماً عددياً
متجانساً.

وإذا كانوا قد اضطروا إلى وضع رموز أو علامات جميلة أفادوا منها في
التعبير عن أغراضهم العملية إلا أن نظامهم ظل محدوداً ومتعباً معاً.

ومن الناحية التاريخية يصاب الباحث بالدهشة حين يبدأ بالمقارنة بين هذا
القصور الصارخ في نظام العد المصري - في مرحلتيه المذكورتين - وبين تلك
المسائل العظيمة التي سجلها (أحسو) في برديته الشهيرة.

ولنتأمل قليلاً في نصوص هذه المسائل العويصة التي منها:

« قسم مئة رغيف على خمسة رجال بحيث تخضع القسمة للمتوالية الحسابية

التالية: سبع مجموع الحصص الثلاث العالية تساوي مجموع أصغر حصتين «(٧)». وعلى الرغم من أن (أحمسو) قد ترك حلها لنا مشيراً إلى معرفة معاصريه بطريقة «الخطأ» الشهيرة إلا أن محاولتنا فيها تكشف ضرورة تحليلنا ومعرفتنا بالطرق الحسابية العالية.





وعدا هذه المسألة هناك عشرات المسائل العويصة فعلاً في حقل الحساب والهندسة.

نظام العدّ البابلي:

تداخلت فكرتان أساسيتان في نظام العد البابلي، وهما:
أولاً: فكرة الجمع الصافي، كما وجدنا ذلك في نظام العد المصري.
ثانياً: فكرة عملية الضرب (Multiplying Procedure).

ولقد فرضت حاجتهم إلى تمثيل الأعداد الكبيرة الإستعانة بالفكرة الثانية، خاصة وأنهم كانوا يكتبون على ألواح الطين، التي تشترط ما يمكن تسميته بالإقتصاد الكتابي. بينما وجد المصريون، في أوراق البردي، مجالاً مرناً يتسع لتمثيل أي رقم مهما كان كبيراً. بل إن توفر أوراق البردي في مصر القديمة ساعد إلى حد كبير، على سهولة التعبير الحسابي، الأمر الذي حافظ، عبر التاريخ، على بقاء مسائل رياضية ذات أهمية بالغة.

وأما الرموز الرئيسية التي استخدمها البابليون فهي أربعة كما هو موضح في اللوحة (٦).

بابلي	عربي	اللوحة (٦):
	١	
	١٠	
	١٠٠	
	١٠٠٠	

ويتم تمثيل الرقم العربي الشرقي (٢٤٣) في النظام البابلي بالطريقة المبينة في اللوحة (٧).

اللوحة (٧):



٢٤٣

ومن يتأمل في التكرار الذي يظهر في التمثيل البابلي للرقم العشري المذكور يلاحظ أنه يعتمد على فكرة الجمع أو « التكرار الصافي ».

غير أن البابليين في تمثيلهم للألف قد لجأوا إلى « الفكرة الثانية » بعد دمجها بالفكرة « الأولى »، فالألف لديهم هو عبارة عن مئة مضروبة بعشرة (كما يستنتج من اللوحة ٦).

والقاعدة الرئيسية التي تميز بين أن يكون رمز الرقم مضروباً أو مضافاً هي من البساطة بحيث يسهل علينا تذكرها دائماً.

القاعدة: إذا كان رمز الرقم أقل من رمز الرقم الذي يليه إلى جهة اليمين، فإن الرقمين مضروبان في بعضهما.

أما إذا كان العكس، أي إذا كان الرقم الذي يليه أكبر من الرقم الذي يليه مباشرة إلى اليمين فإن الرقمين مضافان إلى بعضهما فقط.

ومن باب الموازنة بين النظامين المصري والبابلي نجد أنها اتفقا على تمثيل الأرقام من الواحد حتى (٥٩) (٨). وكان كل رقم ممثلاً بقيمته أو دالاً عليها. نجد أن النظامين يبدآن بالتباعد مباشرة بعد الرقم ٥٩، ويعود ذلك إلى أن النظام البابلي حلّ الوحدة الحسائية في نظامه معنيين فأصبح رمز الواحد لديه هو نفس رمز الستين ومن هنا نشأ الأشكال الحسائي في نظام العد البابلي. وعلى رغم هذه الأشكالية في هذا النظام إلا أنه كان أكثر تقدماً من النظام المصري كما سنرى في تحليله.

فبينما كان الرمز المصري (في مرحلتيه المختلفتين) لا يدل إلا على قيمة واحدة، نجد الرمز البابلي الواحد تابعاً لموضعه. فإذا نظرنا إلى اللوحة (٨) التي

اللوحة (٨):



تمثيل بابلي (أو سومري)
للعدد ستة.

يظهر فيها تمثيل العدد ستة، ثم وضعنا تركيزنا على اللوحة (٩) فإننا نجد قيمة

اللوحة (٩):



$$٧٣٢٢ = ٢(٦٠٠٠) + ٢(٦٠٠) + ٢(٦٠)$$

جديدة مختلفة عن تلك التي تعبر عنها اللوحة (٨)، على الرغم من استخدامنا لذات الرمز أولاً ولكمية استخدامه ثانياً. والميزة الجديدة التي فاضلت بين القيسة في اللوحتين هي « الفاصل » الواضح بين كل زوجين من الأزواج الثلاثة. فالفصل بين الزوجين يعني أن المجموعة الأولى تعين وحدتين وقيمتها ذات بعد واحد أي أن كل رمز يساوي الواحد فقط. وأما المجموعة الثانية إلى اليسار فتعني ضعف الأساس البابلي (وهو الستين)، ثم المجموعة الثالثة إلى أقصى اليسار وتعني « ضعف مربع » الأساس البابلي.

ولكن أين تكمن الخطورة في هذا النظام؟

★★ ولنصغ السؤال بصيغة أخرى: كيف يمكننا أن نميز بين تمثيلهم للعدد (١٢٢) والعدد (٧٢٠٢)؟ - انظر اللوحة (١٠).

اللوحة (١٠):



$$١ - ١٢٢ = ٢ (٦٠) + ٢ (٦٠)$$

$$٢ - ٧٢٠٢ = ٢ (٦٠) + ٢ (٦٠)$$

إن المشكلة هنا تكمن في أنهم - في الطور الأول - قد دللوا على وجود الأساس الستيني لنظامهم من خلال « الفاصل » بين الرمز ، ولهذا السبب أصبح الفاصل - أو الفراغ أيضاً - متضمناً لقيمتين هما: الأساس الستيني ، والفراغ في إحدى الحفانات . ويقول بعض مؤرخي^(١) الرياضيات إنه مع عهد غزو الإسكندر الأكبر المتوفى ٣٢٣ ق.م ظهرت دلالة جديدة لكي تستخدم التمييز بين الفاصل و« فراغ الحانة العائبة » ، أو بين ما يدل على وجود أساس ستيني وما يدل على «رقم فارغ من القيمة» . وهذه الدلالة الجديدة متضمنة في الإمالة التي أحدثت في المحاور الشاقولية لزوج من رموز الأرقام البابلية تعبيراً عن قيمة فارغة أو خانة ينبغي القفز عليها باتجاه اليسار . فإمالة بسيطة لرمز العدد الأول لدى البابليين أصبح للرقم « الفارغ من القيمة » ميزة واضحة . وتبين اللوحة (١١)

اللوحة (١١):



$$٢ (٦٠) + ٢ (٦٠) + ٢ (٦٠) + ٢ (٦٠)$$

كيف تم تمثيل العدد (١٢٢) وبالتالي تمييزه عن العدد (٧٢٠٢). وتوضح فضيلة الدلالة الجديدة أكثر إذا نظرنا إلى اللوحة (١٢). فالعدد المعبر عنه لا بد أن يبعث على الغموض والالتباس. وهكذا نجد أن تكرار رمز واحد لأربع مرات فقط يكفي لأن يثير في ذهن احتمالات عديدة من القيم.

اللوحة (١٢):

تكافؤ:

$$(٦٠) ٢ + ٢$$

$$\text{أو: } ٢(٦٠) ٢ + (٦٠) ٢$$

$$\dots ٢(٦٠) ٢ + ٢(٦٠) ٢ \dots$$

$$\text{أو: } ٢ + ٢(٦٠) ١ \dots$$



ولو لم يكن البابليون متمتعين بفراصة رياضية عالية لضاعت أمام أعينهم مبادئ أولية في الحساب.

وهذا السياق نجد أن نظام العد البابلي كان نظاماً أكثر تعقيداً من النظام المصري القديم - وفي مرحلتيه المختلفتين. غير أن الوثائق التاريخية تشير إلى أن النظام البابلي لم يكن إلا تبسيطاً كبيراً لنظام العد السومري. والمصادر كافة تؤكد على أن البابليين قد استمدوا ثقافتهم ومعارفهم الأولية من المدنية السومرية التي سبقتهم في نفس المنطقة من جنوب العراق.

يقول سارتون^(١٠):

«وابتدأ نظام العد السومري خليطاً عجيباً من الطريقتين العشرية والستينية، والذي يبدو أن الرياضيين الأولين بينهم ابتدأوا بالأساس العشري، ثم أدركوا بعد قليل أن الأساس الستيني أصح وأحسن. وهذا التعبير الفكري الذي كان لا بد مقصوداً هو في ذاته يدعو إلى الالتفات، لأن الطريقة الستينية ليست محضة خالصة، إذ يحصل التابع العددي فيها باستعمال العاملين (١٠، ٦٠) استعمالاً متناوباً».

اليونان:

أجل سارتون رأي العلماء في نظام العد اليوناني فقال:
«مهما تكن طريقة الحساب فإن الأرقام اليونانية تثبت أن أساس العد
ولوحة العد كانا عشرين».

وكان سارتون قبل هذه العبارة قد أكد على أن أقدم أعداد مكتوبة هي
التي نجدها في كتابة هاليكارناسيه من عام (٤٥٠ ق.م.^(١١)).
غير أنه لم يتبسط في التمييز^(١٢) بين المرحلتين اللتين مرّ بهما نظام العد
اليوناني قبل ٢٥٠٠ سنة وهما:

أولاً: (Attic or Herodianic) notation.

التدوين الرمزي الآتيكي (وهو الإغريقي الأثيني).

ثانياً: النظام الأبوي (Ionian (Alphabetic) System).

وكلاهما اخترع لتمثيل الأرقام الصحيحة على قاعدة المقياس العشري:
(Ten-Scale).

أولاً: التدوين الآتيكي (الأثيني):

تم في هذا التدوين التعبير عن الأعداد الأربعة الأولى بتكرار علامة خطية
شاقولية: (Vertical strokes) واتخذ للخمسة رمزاً انتزع من الحرف الأول لكلمة
خسة اليونانية القديمة (Pente) Π أو (Π).

ثم ظهرت فكرة التكرار الصافي بين الخمسة والعشرة (كما يلاحظ من اللوحة
١٤) وأما العشرة فرمز لها بحرف: (Δ) (deka). والمئة (H) (hekaton) والألف
(KHILIONI) والعشرة آلاف (M) (Myrioi).

(تقول بعض الوثائق إن الأغارقة لجأوا إلى دمج هذه الرموز المبتكرة برمز
الخسة للدلالة على اختصار حجم التدوين الحسابي - (انظر اللوحة ١٥) ثم
(اللوحة ١٦) لمراقبة أثر هذا الدمج على التدوين الجديد. وهو تدوين ظهر في
أزمان مختلفة بدءاً من عام (٤٥٤) حتى عام (٩٥) قبل الميلاد^(١٣)).

اللوحة (١٤):

⌈	٨		١
⌈	٩		٢
Δ	١٠		٣
H	١٠٠		٤
X	١٠٠٠	⌈	٥
M	١٠,٠٠٠	⌈	٦
<hr/>		⌈	٧
إغريقي	عربي		

اللوحة (١٥):

١٠ × ٥	≡	⌈Δ
١٠٠ × ٥	≡	⌈H
١٠٠٠ × ٥	≡	⌈X
١٠٠٠٠ × ٥	≡	⌈M

اللوحة (١٦):

M M M M ⌈X ⌈H ⌈ΔΔ⌈|||

٤٥٦٧٨ ≡ تكافئ

٨ + ٢٠ + ٥٠ + ١٠٠ + ٥٠٠ + ٥٠٠٠ + ٤٠٠٠٠

غير أنه في أوائل العهد الإسكندري (أو حوالي زمن بطليموس الفيلاذلفي (Ptolemy of philadelphus). طرأ تغير على النظام السابق وحل مكانه نظام عددي يدعى بالنظام الأيوني، وهو نظام تم فيه اصطلاح الحروف كرموز للأرقام. ولا نعلم بالتحديد متى بدأ الاشتغال به. فهذا كارل بوير يقول^(١٥):

« استخدم النظام الأيوني حوالي أوائل القرن الخامس قبل الميلاد ». ثم يذكر بعد عبارة واحدة « وربما في أوائل القرن الثامن قبل الميلاد ».

وتعليل هذا الاضطراب في تحديد زمن ظهور هذا النظام يبدأ من اكتشاف الغربيين أصولاً عربية كنعانية لهذا النظام اليوناني^(١٦).

ولهذا وجدناهم يتخبطون بل ويتفننون في إضاعة هذا الاكتشاف حتى لا تلوح علوم الحساب في الجزر اليونانية عارية من أي أصل يوناني حقيقي. وليس هناك من سبب واحد يدعو بعض المؤرخين إلى القول - ومنهم بوير - بأن « النظام العددي الأبجدي الذي كان معروفاً ومستخدماً عند الشعوب السامية ربما كان مأخوذاً عن الأغارقة »^(١٧) بل على العكس إن شيوع ما عرف بحساب « الجمل » لدى العرب في العصر الوسيط لم يكن إلاً تكريساً لتقليد عربي عرف في المنطقة منذ عصور قديمة جداً في الشمال (عند الكنعانيين) والجنوب (عند اليمنيين) كما سنوضح.

المرحلة الأيونية:

بلغ عدد الحروف الأغريقية الكلاسيكية أربعة وعشرين حرفاً ولا بد أن الأغارقة لاحظوا منذ القرن الرابع قبل الميلاد أن هذا العدد من الحروف لا يشكل منظومة متكاملة لنظامهم العددي. لذا عادوا إلى ثلاثة حروف أغريقية مهجورة، لم تكن مستعملة وأدخلوها بعناية في منظومة الحروف الرقمية بغرض إنشاء نظام عددي متأسك. وهكذا بلغت تشكيلة الأرقام لديهم سبعة وعشرين رمزاً تم تصنيفها في ثلاث مجموعات (كل مجموعة تألفت من تسعة أرقام). وضمت^(١٨) المجموعة الأولى الأعداد من (١ إلى ٩) وسميت مجموعة الوحدات.

وَضُمَّتِ الْمَجْمُوعَةُ الثَّانِيَّةُ مِنْ (١٠-٩٠): وَهِيَ مَجْمُوعَةُ الْعَشْرَاتِ. وَضُمَّتِ الثَّلَاثَةُ: مِنْ (١٠٠-٩٠٠) (بِمَجْمُوعَةِ الْمِائَاتِ) «مَعَ وَضْعِ عَلَامَةٍ عَلَى يَمِينِ كُلِّ حَرْفٍ».

وَوُضِعَتِ الْحُرُوفُ الْأَغْرِيقِيَّةُ (*) الَّتِي كَانَتْ مَهْجُورَةً قَبْلَ ظُهُورِ هَذَا النِّظَامِ الْأَيُونِيِّ عَلَى الْمَجْمُوعَاتِ الثَّلَاثِ بِالتَّسَاوِي بِحَيْثُ نَالَتْ كُلُّ مَجْمُوعَةٍ حَرْفًا أَغْرِيقِيًّا قَدِيمًا وَهِيَ:

الدِّجَامَا (Vau or digama) أَوْ سِتْجَا (stigma) وَتَرْمِزُ لِلْعَدَدِ سِتَّةَ: (F)
وَالْكُوبَا (KOPPA) وَتَرْمِزُ لِلْعَدَدِ (٩٠) (Ϟ) (KOPH, OPH, KOPPA)
وَالسَامِپِي (Sampi) وَتَرْمِزُ لِلْعَدَدِ (٩٠٠): (Ϡ).

ثُمَّ اسْتَعْمِلَتِ الْحُرُوفُ الْعَشْرَةُ الْأُولَى (بِمَا فِيهَا حَرْفُ الْاسْتِجَا) لِلدَّلَالَةِ عَلَى
الْآلَافِ - مِنْ أَلْفٍ إِلَى عَشْرَةِ آلَافٍ - مَعَ وَضْعِ عَلَامَةٍ فِي هَذِهِ الْحَالَةِ عَلَى شِمَالِ
الْحَرْفِ تَحْتَ السَّطْرِ^(١٩).

وَنَتِيجَةً لِهَذَا فَإِنَّ أَيْ رَقْمٍ أَقَلَّ مِنْ عَشْرَةِ آلَافٍ كَانَ تَمَثِيلُهُ لَا يَتَجَاوَزُ
اسْتِخْدَامَ أَرْبَعَةِ حُرُوفٍ. (انْظُرِ اللَّوْحَتَيْنِ (١٧) وَ(١٨)).

غَيْرَ أَنَّ اللَّوْحَةَ (١٨) تَحْتَلِفُ قَلِيلًا. فَفِي اللَّوْحَةِ (١٧) اسْتُخْدِمَتِ عَلَامَةٌ أَوْ
إِشَارَةٌ خَطِيئَةٌ إِلَى شِمَالِ الْحَرْفِ لِلدَّلَالَةِ عَلَى أَنَّهُ مِنْ مَرْتَبَةِ (مَا بَعْدَ الْأَلْفِ) عَلَى
الرَّغْمِ مِنْ أَنَّ هَذِهِ الْعَلَامَةَ اسْتُخْدِمَتِ أَيْضًا فِي اللَّوْحَةِ (١٨)، إِلَّا أَنَّ الْمَثَالَ
الْأَخِيرَ قَدْ تَضَمَّنَ اسْتِخْدَامًا لِنَقْطَةٍ لَهَا أَهْمِيَّةٌ بِالْفَتْةِ فِي هَذَا النِّظَامِ. وَتَدُلُّ هَذِهِ
النَّقْطَةُ عَلَى أَنَّ الرِّقْمَ الَّذِي إِلَى يَسَارِهَا هُوَ فِي مَرْتَبَةِ مَا بَعْدَ الْعَشْرَةِ آلَافِ.

(*) تَرَى الْمَوْسُوعَةَ الْبَرِيطَانِيَّةَ أَنَّ هَذِهِ الْحُرُوفَ الثَّلَاثَةَ الْمُضَافَةَ لَمْ تَكُنْ إِغْرِيقِيَّةً بَلْ فِينِيقِيَّةً (أَيَّ
عَرَبِيَّةً كِمَانِيَّةً). انْظُرِ الْمَجْلَدَ ١٦، الصَّفْحَةُ ٧٥٩. وَفِي الصَّفْحَةِ ٧٥٨ مِنَ الْمَجْلَدِ الْمَذْكُورِ يَقُولُ إِنَّ
النِّظَامَ الْأَيُونِيَّ ابْتَدَأَ فِي أَوَّلِ الْقَرْنِ الثَّالِثِ قَبْلَ الْمِيلَادِ.

اللوحة (١٧):

$$\eta \omega \pi \nu \equiv \eta \omega \pi \nu$$

$$= \text{AAAA} =$$

اللوحة (١٨):

$$\text{M} \eta \omega \pi \nu . \nu \omega \pi \nu$$

$$\equiv \text{AAAAAAAA} \equiv$$

$$= \text{AAAAAAAA} =$$

ويظهر أنَّ اليونانيين المتأخرين^(٢٠) استخدموا علامة شاقولية إلى يسار الأرقام التسعة الأولى، كما هو واضح في اللوحة (١٩) للدلالة على أن الرقم ألفي كما أنهم استخدموا خطأً أفقياً للإعلان عن أن الحروف المستخدمة هي عبارة عن أعداد.

اللوحة (١٩):

$$\text{I} \Gamma \quad 7000$$

$$\text{I} Z \quad 3000$$

$$4627 \equiv \underline{\text{I} \Delta \chi \text{K} Z}$$

وهنا نلاحظ أن اليونان لم يتعرفوا نهائياً إلى الصفر. فضلاً عن كون تمثيلهم مزعجاً للمشتغلين ببعض علوم الحساب. كنظرية العدد. فلا يكاد المرء يفرّق في هذا النظام بين العدد الزوجي والفردى.

* * *

نظام العدّ الروماني:

يرى بعض مؤرخي الرياضيات^(٢١) أن هناك احتمالاً في أن يكون الرومان قد اشتقوا نظام عدّهم في التّقيم من الاثروسكانس - سكان إيطاليا القدماء. وكما وجدنا لدى اليونان استخدمت الحروف للأعداد على النحو التالي:

اللوحة (٢٠):

I	→	لِلوَاحِد	V	→	لِلخَمْسَةِ
X	→	لِلعَشْرَةِ	L	→	لِلخَمْسِينَ
C	→	لِلمِئَةِ	D	→	لِلخَمْسِمِئَةِ
M	→	لِلأَلْفِ			

ومن الحرف الممثل للواحد اتبعت طريقة التكرار للتعبير عن الأرقام بين الواحد والثلاثة. أما الأربعة فلقد استخدم للتعبير عنها « حرف » الواحد إلى يسار « حرف الخمسة » وهذا يعني أن الرومان طبقوا المبدأ التنازلي أو الطريقة الطرجية.

وينص المبدأ على ما يلي:

حين يسبق حرف يرمز إلى رقم هو من حيث الدلالة الرقمية أقل من الحرف الرقمي الذي يليه إلى اليمين فإن الرقم الأسير يطرح من الأيمن.

وعليه فإن الفرق بين الرقمين (LX) و (XL) هو ما يلي:

$$(1) \text{ LX } \underline{\hspace{1cm}} 60$$

$$(2) \text{ XL } \underline{\hspace{1cm}} 40$$

لأن (L) في الحالة الأولى أكبر من (X) ومجموع (L) و (X) = (٦٠). بينما في الحالة

الثانية (X) تسبق (L) وهي من حيث الدلالة الرقمية أقل من (L). لذا تطرح (X) من (L). أي كأننا نقول في الحالة الثانية: (٥٠-١٠=٤٠).
ولا شك أن الأرقام الرومانية جميلة غير أن التعقيد والعقم في الفكر العددي الروماني يظهران في اللوحة (٢١):
اللوحة (٢١):

مكافئ ١٨٨٨ :

: I M M M

MDCCCLXXXVIII

MDCCCLXXXVIII

نظام العد عند المايا:



طوّر شعب المايا في القرون الأولى الميلادية^(٢٢) نظام عدّ مدهش يرى بعضهم أنه يعود إلى القرن الميلادي الأول^(٢٣). وهو نظام عدّ يعتمد على القاعدة العشرينية (Base-Twenty System). ولقد لاحظ بعض الدارسين^(٢٤) أن هذه القاعدة ما زالت تكشف عن تأثيرها في بعض اللغات وخاصة اللغة الفرنسية. ولم يكن رياضيو شعب المايا^(٢٥) أو واضعو جداولها الزمنية يستخدمون القاعدة العشرينية استخداماً خالصاً، فكثيراً ما مزجوها مع القاعدة الخامسة (كما كانت عادة البابليين حين خلطوا بين القاعدة الستينية والعشرية بالتتابع). ويتم التعبير عن الواحدات في النظام المايوي بالنقاط: (بين الواحد والأربعة).

وأما الخمسة فلقد تم التعبير عنها بشرطة أفقية. وهكذا يظهر الرقم (١٧) في نظامهم على النحو التحليلي الموضح في اللوحة (٢٢).

اللوحة (٢٢):

★ تحليل (ب) خاسياً:

$$٢٠ \times [٢ + (٥) ٣] + [٢ + (٥) ٢]$$

	$٢ + (٥) ٣ = ١٧$ أ
	$(٢٠) ١٧ + ١٢$ $٣٥٢ \equiv$ ب

وأما هذا الشكل المتع المرسوم في اللوحة (٢٣-أ):

اللوحة (٢٣-أ):



ملاحظة:

تم قراءة العدد
الماليوي من
الأسفل إلى
الأعلى.

فإن فيه أسراراً رياضية جميلة تمكن العلماء من كشفها. وهذه العين - نصف المفتوحة - ليست غير شكل أو رمز للدلالة على «الخانة الفارغة» أو المفقودة، أي هي مقدمة مهمة لمفهوم الصفر. ولكن هل كان نظام الماياويين صافياً في استخدامه للقاعدتين العشرية والخاسية؟ لقد لوحظ أننا نستطيع أن نقول بالإيجاب في حدود الخانات الثلاث الأولى فقط فالرقم المايوي السابق يعني بلغتنا ما هو مبين تحليلياً في اللوحة (٢٣-ب):

اللوحة (٢٣-ب):











$$(٢٠ \times ١٨ \times ٢٠) ١٧ + (٢٠ \times ١٨) ٠٠ + (٢٠) ١٣ + ٠٠$$

الجواب:

$$\underline{\underline{١٢٢٦٦٠}}$$

ويظهر التحليل الموضح في اللوحة (٢٣-ب) أن القاعدة العشرية وحدها تتحول بعد الخانة الثالثة إلى قاعدة عشرية «هندسية». أو هكذا ظهر لي. ولو حاولنا تحليل أعمدة الوثيقة العددية الماياوية لوجدنا تحليل عمودين مثلاً، كما هو موضح في اللوحة (٢٤):

اللوحة (٢٤):

1		2	
	9		9
	9		9
	16		9
	0		16
	0		0

$$(1) 0+0 (20) +16 (20 \times 18)$$

$$+9 (18 \times 20^2) +9 (18 \times 20^3)$$

$$= 1,366,560$$

$$(2) 0+16 (20) +9 (20 \times 18)$$

$$+9 (20^2 \times 18) +9 (18 \times 20^3)$$

$$= 1,364,360$$

وتدل هذه الأمثلة على أن الماياويين كانوا يستخدمون أساسين مترافقين معاً بدءاً من الخانة الثالثة وهما: العشرين والثانية عشر.

* * * *

نظام العدّ الصيني:

يُمكننا أن نميز بين مرحلتين في تاريخ نظام العد الصيني وهما مرحلة ما قبل الصفر وأخرى بعده. وتذكر بعض المصادر^(٢٦) أن النصوص التاريخية التي تعود إلى ما قبل العام ٣٠٠ الميلادي كانت فيها الأرقام وجداول عمليات الضرب مكتوبة بالكلمات. وما بين القرنين الرابع والثامن الميلاديين استخدمت رموز خاصة بالأرقام، إلا أن الصينيين قد تركوا «الخانة» التي ينبغي أن تنزل فيها إشارة الصفر خالية تماماً^(٢٧).

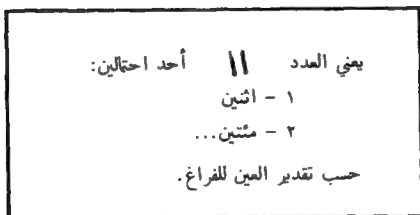
ويعني هذا الكلام من زاوية أخرى أنهم تعاملوا مع نظام الخانات العددي - وهو نظام أبرز ما فيه يتلخص في أن الرقم يأخذ قياً مختلفة حسب الخانة التي يحتلها في العدد الكلي المكتوب^(٢٨). ولم يظهر لديهم تعبير عن «الخانة الفارغة» أو الصفر قبل عام ١٢٤٧ م^(٢٩) - وهو عبارة عن دائرة صغيرة كما وجدناها عند الهنود. وهناك احتمال كبير أن تكون قد انتقلت بالإتصال بين الهند والصين - (راجع التعليق^(٣٠) على اللوحة (٢٥)).

اللوحة (٢٥):

I	II	III	IIII	IIII	T	II	III	
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	
III	—	=	≡	≡	⊥	⊥	⊥	
٩	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠	٨٠

وكان الصينيون - قبل تبني رمز الصفر - يقومون في ارتباك عددي ملحوظ
كما نجده في اللوحة (٢٦).

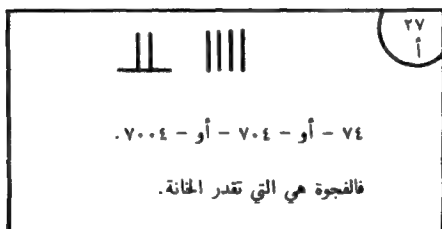
اللوحة (٢٦)



أما العدد الموضح في اللوحة (٢٧) فلا يمكن إدراك معناه العددي إذا لم
نكن مدربين على قياس الفراغ بين الجانبين الأيمن والأيسر. فقد يعني أي قيمة
من القيم الثلاث الموضحة في اللوحة (٢٧).

اللوحة (٢٧):

(أ-ب)



ومع أننا لا نعلم كثيراً عن تاريخ نشوء (Rod Numerals) (العيدان الرقمية)

إلا أن الملاحظ هو أن الصين قد استيقظت بعد القرن الثامن الميلادي فتبلورت عوامل نهضتها السياسية والثقافية بظهور علماء كبار في نهاية القرن الثاني عشر وأوائل الثالث عشر الميلادي من أمثال:

لي يه أو لي تشيه (Li Yeh or Li Chih): (١٢٧٩-١١٩٢) م.

وتشن تشيف شاو (chin chiv-shao) حوالي (١٢٠٢-١٢٦١) م.

ويانغ هيو (Yang Hui) حوالي (١٢٦١-١٢٧٥) م..

وهكذا نجد أن معلوماتنا عن الصين (على الأقل الكتاب) هي أن نظامهم العددي لم يكن أحسن حالاً من النظام الروماني مثلاً. ومن المفيد هنا الإشارة إلى أن تأخر ظهور «الصفري» في الوثائق الحسابية الصينية حتى نهاية النصف الثاني من القرن الثالث عشر الميلادي ليضع أمامنا سؤالاً تاريخياً صعباً وهو: كيف نفسر ظهور الصفري عند العرب قبل الصين بعدة قرون، على الرغم من اعتراف المؤرخين بدوام التأثيرات الثقافية المتبادلة بين الصين والهند قبل عام ١٢٤٧ م. بقرون طويلة؟

٢٧
ب

★ في عمل يعود إلى العام ١٢٤٧ م ظهر العدد ١,٤٠٥,٥٣٦

مثلاً صينياً باستخدام الصفري:

|≡0≡|||≡T

★★ في القرن الرابع عشر الميلادي تم تبديل التمثيل الرأسي بالأفقي.

تعليق: التمثيل الرأسي هو ذلك الموضع في اللوحة (٢٥)، ص ٢٤، أما الأفقي فهو إحلال الخط الأفقي محل رمز الواحد، وهكذا - انظر: Boyer: 220.

نظام العد اليميني:

على الرغم من افتقارنا إلى معرفة الأسس العلمية التي قامت عليها حضارة العرب في جنوب شبه الجزيرة العربية بالمقارنة مع غزارة المادة العلمية التطبيقية والنظرية التي أصبحت معروفة عن مدنات سومر وبابل ومصر القديمة، إلا أن حجم المعلومات المتوفرة عن نظام العد اليميني يكفي لإضاءة الفرض التاريخي الإجمالي الذي تحاول هذه الدراسة أن تبلفه.

ومن الوجهة التاريخية لا نكاد نعرف شيئاً عن بدايات استخدام «الرموز العددية اليمينية».

ولا يفوتنا هنا أن ننقل ملاحظة أبدأها لنا عالم اليمنيات اللغوية والشعبية أستاذنا الشاعر مطهر بن علي الأرياني.

فلقد تبين له بالعمل الاستقرائي المستمر في نقوش خط المسند أن الأرقام اليمينية لا تَرِدُ في الأغلب إلا في الكتابات المَعِينِيَّة.

ولأهمية هذه الملاحظة ينبغي الإشارة إلى النقطتين التاليتين:
أولاً: تُعد الدولة الميعينية - على رأي عدد غير قليل من العلماء - من «أقدم الدول العربية التي بلغنا خبرها»^(٣١).

ومن الناحية التاريخية عاشت هذه الدولة وازدهرت بين (١٣٠٠-٦٣٠) ق.م. تقريباً.

ثانياً: امتد نفوذ هذه الدولة ثقافياً وتجارياً - وربما سياسياً أيضاً - إلى ما بعد أعالي الحجاز شمالاً.

ولقد عثر المتقربون على كتابات معينية مهمة في أماكن مختلفة منها: مصر.. واليونان (في جزيرة ديلوس تحديداً)^(٣٢).

«وكان الميعينيون يتاجرون في القرن الثالث أو الثاني قبل الميلاد بتجهيز معابد مصر بالبخور»^(٣٣)، بل ويذكر العلامة جواد علي أن هناك رأياً قوياً بين

العلماء يذهب إلى أن « دولة معين كانت تحكم من معين كل ما يقال له الحجاز في عرف هذا اليوم إلى فلسطين. وأن هذه الأرضين كانت خاضعة لها إذ ذاك » (٢٤).

ولكننا من باب الحرص على تأمين أكبر قدر من الأفكار التاريخية المستقرة لا ينبغي تأسيس استنتاجات على مثل هذا النفوذ السياسي المفترض. ويكفي من وجهة نظر تاريخية التحقق من وجود الأعمال التجارية خارج حدود الدولة المعنية للاستدلال على وجود تأثيرات ثقافية متبادلة بين الشمال والجنوب، ولو في أضيق حدودها.

ويبدو لنا أن أولى الملاحظات الثقافية التي يمكن أن تثيرها الأعمال الحاسوبية ذات الصبغة التجارية تكمن في الأشكال الحاسوبية أولاً.. وطرق الاشتغال بها ثانياً.

ومعنى ذلك أن نظام العد اليميني الذي يترد إلى الألف الأولى قبل الميلاد كان مستخدماً وشائعاً في تلك الأعمال.

ومن هنا لا نستبعد انتقال « الأسس العامة » لنظام العد اليميني إلى خارج اليمن، فترك بصمات تأثيره في حساب الجمل العربي الشمالي ومصطلحاته من جهة، وفي « وحدة الرمز » اليونانية من جهة أخرى.

خاصة وأن نظام العد اليوناني لم يكن ناضجاً - وربما لم يكن مؤسساً أيضاً - قبل القرن الخامس قبل الميلاد.

إن المرء لا يستطيع أن يؤكد على هذه الحقيقة التاريخية.. ولكنه لا يستطيع أن ينفي إمكانية وجودها.

الرموز الأساسية:

يتألف نظام العد اليميني من خمسة رموز أساسية (أو مكونات)، وهي موضحة في اللوحة (٢٨).

رقم جنوبي عربي قديم	الرقم - كتابياً
١	أحد
٥	خمس
١٠	عشر
١٠٠	مئ
١٠٠٠	ألف

وتبين اللوحة السابقة بوضوح أن مصطلحات النظام العددي العربي الشمالي تتردد كلها إلى هذا النظام المبني، وهي مصطلحات ما زلنا حتى يوم الناس هذا نستخدمها.

ودليل ذلك قول العرب الجنوبيين والشماليين معاً:
(أحد = للواحد، ثني = للإثنين، ثلاث = للثلاثة، أربعت = للأربعة،
خمس = للخمس... وعشرت = للعشرة، وخمس = للمئة، وألف = للألف).

وبالإضافة إلى ذلك تشير الوحدة الرمزية، المعينة فنية تاريخية تتعلق بتقاربها مع الوحدة الرمزية عند اليونان والعرب التدمريين بما
فلقد وجدنا أن مدينتي غومر وبابل ونظير القديمة قد امتدت إلى ما يمكن
تسميته بالوحدة العشرية، فاخترعت رموزاً خاصة بالواحد والعشرة والمئة
والألف...

ولكننا نجد النظامين المعيني واليوناني - في مرحلتيه المختلفتين - يستندان إلى وحدة رمزية خماسية، أي أنها اخترعا رموزاً متشابهة خاصة بالواحد والخمسة والعشرة والمئة والألف.

وانفرد النظام المعيني باشتقاق رمز للمدد « خمسين » باعتباره « نصف المئة » كما يتضح من اللوحة (٢٩) - السطر ١٩.

اللوحة (٢٩):

السطر	
١٥	○ 𐤇 𐤇 𐤇 𐤇 𐤇 = ١٦٠٠٠
١٦	○○○ 𐤇 = ٣١٠٠٠
١٧	○○○○ = ٤٠٠٠٠
١٨	○○○○ 𐤇 𐤇 𐤇 𐤇 𐤇 = ٤٥٠٠٠
١٩	○ 𐤃 𐤇 𐤇 𐤇 = ٦٣٠٠٠
٢٠	𐤅 𐤆 = ١٥٠٠٠٠
٢١	𐤅 𐤆 = ٢٠٠٠٠٠

في الأصل 𐤃 = ٥٠ انظر اللوحة (٣٠)

وكلا المعيني واليوناني استخدم فكرة التكرار الصافي في الوصول من الواحد إلى الأربعة، أو من المئة إلى التسعمئة - اللوحة (٣٠).

اللوحة (٣٠):

بمقارنة اللوحتين (٢٩) (٣٠) يظهر:	٩ = ٥٠	١٤٥ = ١٦	٤ = ٨	= ١
ازدواج الرموز:	٥٩ = ٦٠	٤٥ = ١٧	٤ = ٩	= ٢
		٤٥ = ١٨	○ = ١٠	= ٣
	Σ = ١٠٠	٤٥ = ١٩	١○ = ١١	= ٤
		○○ = ٢٠	○ = ١٢	٤ = ٥
١,٠٠٠, ١,٠٠ = ٥	٤ = ١٠٠٠	○○○ = ٣٠	○ = ١٣	١٤ = ٦
١٠٠,٠٠٠, ١٠٠ = ٥	٤ = ١٠٠٠	○○○○ = ٤٠	○ = ١٤	٤ = ٧
٥٠,٠٠٠, ٥٠ = ٥	٤ = ٢٠٠٠		٤○ = ١٥	

ولكن المنطلق الكتابي للنظامين متعاكس تماماً. فالكتابة اليونانية - وكذا استخدام فكرة التكرار أو الجمع الصافي - تسير من اليسار إلى اليمين. وعلى العكس تماماً تم تطبيق الطريقة المعينية.

ويبدو قريباً من النظام المعيني النظام التدمري^(٣٥) الذي كان معروفاً في القرن الخامس قبل الميلاد، كما يتضح من اللوحة (٣١).

اللوحة (٣١):

١٢٣٤٥ ٦٧٨ ٩١٠ ١٢٣٤٥ ٦٧٨ ٩١٠ ١٢٣٤٥ ٦٧٨ ٩١٠

أبجد ح طي ك ل م ن س ع ف هـ ق ر ش ت

والأرقام:

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠

والأخيرة مثل ١٠ ولكن تعرف من مكانها.

والآن لنعد قليلاً إلى النظام الميني ولنحاول تحليله.

إذا تأملنا في الأسطر من الأول حتى الرابع عشر لا نجد خروجاً على مبدأ الجمع الصافي، ولكننا نلاحظ في السطر الخامس عشر تمثيلاً غريباً للعدد (١٦٠٠٠) *.

فالحرف المسمر من الألف - وهو حرف الألف فعلاً في المسند الميني - يشكر ست مرات مشيراً إلى تمثيل ستة آلاف.

وأما الحرف (ع) الذي ينهي به من جهة اليمين، التمثيل الميني للعدد ستة عشر ألفاً فلا يمكن بأي حال اعتباره استمراراً لفكرة الجمع الصافي.

لأنه لو كان كذلك لكان العدد الميني الكلي مقبلاً عن العدد (٦٠١٠) فقط، بالتمثيل «حرف «العين» الميني» ثلاثاً للعشرة.

ويوحى شسبون التمثيل الميني في السطر الخامس عشر المذكور بأن حرف العين لم يعد ممثلاً للعدد عشرة بل للعشرة آلاف.

وهذا يعني وجود تمثيل «مردوج» لرمز «العين» المينية، الأمر الذي لا بد أن يكون قد أثار اضطراباً رمزياً دفع بالمشتبهين القدماء كما نعرف، إلى تسجيل بيانات الأرقام كتابة بعد الرموز الرقمية مباشرة.

ويؤكد على ثبات هذا التمثيل المردوج الأسطر (١٦، ١٧، ١٨، ١٩).

وينفرد السطر السابع عشر بإثارة غامضة لتقدير التقسيم العددية لحرف العين الميني.

لذا إذا افترضنا أن القيمة العددية لحرف العين تصبح عشرة آلاف بدلاً من عشرة في حالة كون رقم ما قبلها أكبر من العشرة، كما يتضح من الأمثلة، إلا أن السطر السابع عشر يتألف من حرف العين وحده متكرراً أربع مرات.

(١٦) يعود ترميز الأسطر إلى الجدول الذي نشره العلامة جواد علي، ج ٨، ص ٢٢٨ - واللوحة (٢٩) تحمل الأسطر من (١٥) إلى (٢٤).

وهذا أمر لا يمكن أن يوحى بتمثيل الأربعين ألفاً، وإفنا عبد يوحى بالأربعين فقط.

ويستند العلامة جواد علي إلى هوفتر (Hofner) فيقول:

« يرى بعض المختصين بقراءة النصوص العربية الجنوبية أن كتاب المسند لم يتركوا كتابة حروف الألف التي تشير إلى الأعداد الآلاف إلا إذا كان العدد مدوراً، وآلفاً خالية من الأرقام الآحاد، كما رأينا في الرقم (٤٠٠٠٠) و(١٥٠٠٠) و(٢٠٠٠٠) (٢٧) ».

ومن يتأمل رياضياً في العبارة السابقة يجد فيها اضطراباً واضحاً ربما مصدره عدم دقة هوفتر في استخدام مفهوم التدوير الرياضي لجميع الأعداد - التي أوردتها العلامة جواد علي - بلا استثناء ليس فيها عدد مدور واحد، وإفنا هي رياضياً أعداداً طبيعية وصحيحة أيضاً.

ولكن:

لفترض مع هوفتر أن العددين (٤٠٠٠٠) و(٢٠٠٠٠) عددان مدوران بمعنى أربعين وحدة صحيحة من الألف للعدد الأول، ومثلي وحدة صحيحة من الألف للعدد الثاني، فهل رفع النموض القاسي عن هذا التمثيل المعيني للعددين؟

ففي حالة قيم الأسطر (١٥، ١٦، ١٨، ١٩) لا نجد مفهوماً رياضياً لدى المختصين بكتابات المسند.

وربما كان الافتراض الذي أوردناه أكثر اقتراباً من المفهوم الرياضي الذي كان يحكم التمثيل المعيني. وهو الافتراض الذي تقترح صياغته على النحو التالي:

يتغير الرمز العددي المعيني في خانة الآحاد إلى الخانة النونية - رياضياً - إذا كان مسبوقاً من جهة اليمين برمز عددي له قيمة اصطلاحية أكبر وعودة إلى العبارة التي أوردناها تقرأ عن العلامة جواد علي نجد أن هوفتر

قد أوقفنا في اضطراب كبير حين حشر تمثيل العدد (١٥٠,٠٠٠) في التمثيلين الدورين بمفهومه.

فالسطر العشرون لا علاقة له من وجهة النظر الرمزية بكل الأسطر السابقة عليه.

وصحيح أن الرمزين المستخدمين فيه مشتقان أو مستمدان من رمزي الخمسين والمئة إلا أن التغير الواضح في اتجاههما قد عكس استخداماً مغايراً تماماً لهما.

ولا يدري المرء لماذا لم يُطبق هذا التغير في الاتجاه على تمثيل العدد (٢٠٠,٠٠٠)؟

فالسطر (٢١) لا يوحي حالياً بقيمة (٢٠٠,٠٠٠) فحسب وإنما أيضاً بمئتين أيضاً.

فهل حسم المعينيون أمر هذا الغموض بالتسجيل الكتابي فقط؟ علينا أن ننتظر المستقبل. فثمة قضايا غير واضحة كلياً في هذا النظام. منها على سبيل المثال: المراحل التي مرت بها تطورات نظام العد اليميني.

وجملة الكلام بمباراة للعلامة جواد علي^(٣٨) لقد « سار كتاب المسند على قاعدة كتابة الرقم لفظاً، أي كتابة مقداره بالكلمات، وتدوين المقدار المكتوب بعد الرقم، وقد حلهم على اتباع هذه الطريقة خوفاً من الوقوع في الخطأ في قراءة الأرقام والرموز التي خصصوها بالأرقام، كما أنهم اصطالحوا على رسم مستطيل تتخلله خطوط تجعله على هيئة شباك تقريباً، يوضع في أيمن الرقم، أي قبل ابتدائه، ومستطيل آخر يوضع في يسراه، أي في نهاية الرقم تماماً ».

نظام العد العربي ومشكلة الأرقام الهندية

يقول ديورانت^(٣٩):

« إن من أهم ما ورثناه عن الشرق الأعداد العربية، والنظام العشري، وقد جاءنا كلاهما من الهند على أيدي العرب، فإن ما يسمى خطأ بالأعداد العربية نراها منقوشة على «صخرة المراسم» التي خلفها «أشوكا» ٢٥٦ ق.م - أي قبل استخدامها في الكتابات العربية بألف عام ».

وتعليقاً على هذا النص التقريري الذي كتبه ديورانت بلغة حاسمة قاطعة وخضعت لمفاهيمه كتابات عربية عديدة تقول إنه لم يشر إلى مرجع واحد استقى منه هذه المعلومات القامضة، ولم ينقل إلينا أيضاً صورة عن تلك النقوش التي ذكرها.

كما أنه تساهل كثيراً في قوله بأنها ظهرت عند الهنود قبل استخدامها عند العرب بألف عام. مع أنه لا يملك دليلاً واحداً على مثل هذا الاستخدام عند الهنود. بل إنه لم يميز حتى بين «الأعداد العربية» وتلك «الأرقام التسعة» التي وجدت متناثرة في اللغات الهندية المختلفة.

(*) هذه جراءة من ديورانت أن يعمم على هذا النحو - انظر الحاشية (٤٠).

ولنتابع من جديد ما كتبه ديورانت عن هذه المسألة. يقول ديورانت^(٤٠):

«وعرف «آريا بها» و«براها جوتا» النظام العشري قبل ظهوره في كتابات العرب والبورين - كذا - - بزمن طويل، وأخذته الصين عن المبشرين البوذيين، ويظهر أن محمداً بن موسى الخوارزمي - وهو أعظم رياضي في عصره (مات حوالي ٨٥٠ بعد الميلاد) - قد أدخله في بغداد. أما الصفر فأقدم استخدام له معروف لنا في آسيا وأوروبا هو في وثيقة عربية تاريخها ٨٧٣ م. أي قبل أول ظهور له - فيما نعلم - في الهند بثلاثة أعوام، لكن الرأي يجمع على أن العرب - هكذا - قد استعاروا^(٤١) الصفر أيضاً من الهند، وهكذا نرى أكثر الأعداد تواضعاً وأكبرها نهماً كان هدية من الهدايا الرقيقة التي قدمتها الهند لسائر البشرية».

والآن:

واضح أن ديورانت، في نصه السابق، لم يعرض نفسه للتناقض الفكري فصب وإنما أفنى أيضاً في قضايا تاريخية بتساهل غير مقبول. ومصدر هذا الإضطراب النظري التاريخي اقتقاره إلى التمييز بين «الأشكال العددية» و«النظام العددي».

وفي المقطع الثاني يقول ديورانت أن الصينيين أخذوا النظام العشري عن المبشرين البوذيين، ثم ينتقل فجأة إلى محمد بن موسى الخوارزمي مع أننا نعلم جيداً أن تأثير الصينيين بالأشكال العددية (الهندية) لم يدخل فيه الصفر مطلقاً قبل عام (١٧٤٧) م، كما سبق أن أوضحنا ذلك.

ولأن عدداً كبيراً من المؤرخين، وعلى وجه الخصوص مؤرخي العلوم، مازالوا يخلطون بين «الأشكال العددية» وتأثير العرب بها من جهة، وبين تأسيسهم للنظام «العشري» من جهة أخرى، نرى لزوماً التوقف قليلاً عند هذه النقطة، حتى نلمس ضياع الحدود التاريخية بين الأمرين المذكورين.

وكما رأينا سابقاً في حديثنا عن النظام اليوناني «الأيوبي» - وهو نظام البد

الثاني في تاريخ الفكر اليوناني - لم يكن هذا النظام يتناسب مع تطور علوم الحساب عند العرب عندما وقف العلماء العرب على استخداماته في كتب الرياضيات اليونانية المترجمة إلى العربية.

فعلى رغم كل الإرث اليوناني في العلوم لم يتمكن اليونان من «اختراع» أشكال رقمية تختلف عن الأشكال الأبجدية.

بينما كان الهنود يستخدمون أشكالاً خاصة بالأرقام - ولا نقول الموجودة حالياً في شكلها الأوربي والعربي.

ولأن العرب، ثانياً، ظلوا يتناقلون جيلاً إثر آخر الحساب الأبجدي المعروف باسم «حساب الجمل» - كما هو معروف في أنظمة العد المعينية والتدمرية والكتمانية... وغيرها - أوجدوا في القرون الوسطى تسمية جديدة للحساب بالتهج الرقمي الخالص، وأطلقوا عليه اسم «الحساب الهندي» اصطلاحاً، لغرض تمييزه عن حساب الجمل من جهة وإشارة تاريخية من قبلهم إلى منبع مفهومه أو اشتقاقه* من جهة أخرى.

ولم يطلق العرب على حساب الجمل صفة يونانية لأن هذا النوع من الحساب هو في أصوله التاريخية المتوارثة عربي منذ العهود القديمة.

ولكننا ينبغي أن نؤكد هنا على أن الهنود لم يكن لديهم قبل الخوارزمي نظاماً عشرياً بل أرقاماً تسعة.

وكان المصطلح الهندي سونيا (Sunya) تعبيراً عن «المكان الفارغ»، ولم تكن له أي دلالة رقمية تدخل في نسيج نظام عددي خاص بالهند.

(*) لاحظ كارادي (١٨٦٨-١٩٣٩م) في مقالته المنشورة تحت عنوان «الفلك والرياضيات عند العرب» في مجموعة توماس أرنولد المروفة «بثراث الإسلام» (إن لفظة (هندي) عند العرب «تقترن» مع لفظة هندسي» لهذا شاع في كتب الفلك العربية مصطلح «الدائرة الهندية المقسمة» التي من الأنسب ترجمتها بالدائرة الحسابية. لذلك - كما يقول دي فو بالنس - فالأعداد التي تسمى كذلك - أي الأعداد الهندية - إنما هي «الرموز الحسابية»: انظر الصفحة ٥٧٤ من ترجمة جرجيس فتح الله، ط٣ «بثراث الإسلام».

ولنناقش من جديد نصوص بعض المؤرخين الذين كانت أفعالهم وأفكارهم
مادة مؤثرة وفعالة في أذهان المعاصرين:
يقول رسكا^(١٣):

إن « أقدم ذكر للصفر العربي كان في وثيقة بردية تاريخها ٢٦٠ هـ
(٨٧٣-٨٧٤ م). وأما أقدم إشارة موثوق بها كل الثقة عن الحساب الهندي
بطريقة الأرقام التسعة العددية فقد عثر عليها (Nau) ف. ناو لسفروس ساجت
السوري * (Severus-Sabokht) المتوفى سنة (٦٦٢ م). وينبغي ألا نستخلص من
ذلك أن الصفر الذي يعد خطوة تقدمية أساسية في الترقم العددي لم يكن
مستعملاً آنذاك، لأنه حتى إلى عصر متأخر، كانت الأرقام التسعة التي نطلق عليها
الآن الأرقام الأولى تتميز عن غيرها من العلامات الخاصة الدالة على وجود
فراغ متروك. ونحى نعرف فوق هذا أن براهماكوبتا الفلكي الهندي - المولود
سنة ٥٩٨ - أعد على التحديد قواعد للعد بواسطة الصفر ».

ومن الواضح هنا أن رسكا لم يقطع برأي حاسم في أسبقية استخدام الهند
للصفر كقيمة تختلف عن تلك المتداولة عن السونا أي « الفراغ ».

ومنعاً لأي التباس محد أن من المناسب التأكيد على الفرق التاسع بين
المفهومين العربي والهندي لمصطلح الصفر. وأقصى ما نعلمه عن السونا الهندية
لا يخرج عن كونها إشارة أوجدها علماء الهند لرفع الغموض عن أشكالهم العددية
في الحالات التي أرادوا فيها التعبير عن « الأماكن الفارغة ».

وعوضاً عن « الإمالة » التي وجدناها عند البابليين و« المسافة الخالية » عند

(*) تقول الموسوعة البريطانية أن أول إشارة إلى وجود الأرقام الهندية تعود إلى (Severus Sabokht) الذي عاش في بلاد ما بين النهرين حوالي عام ٦٥٠ وفي كتاباته تحدث عن « أرقام تسعة »، مما يؤكد - كما تقول البريطانية - على أن الصفر لم يكن قد بلغه أو أنه لم يكن موجوداً.

راجع « المجلد ١٦ ، مادة الصفر (Zero) ».

الصينيين أحلّ الهنود إشارة السونيا - وهي على شكل دائرة صغيرة - في المواقع الحالية ذاتها.

ولكن هل عرفوا النظام العشري الخالص؟
واضح أن مدوناتهم لا تكشف لنا عن شيء يقترب قليلاً أو كثيراً من الإيجاب.

وإذا كانوا قد عرفوا رمزاً خاصة بالخانه الفارغة فلا ينبغي أن نفهم من ذلك على الإطلاق أنهم أسهموا في تأسيس النظام العشري تحديداً.

فشب المايا قد عرف الصفر بكل معانيه الجلية، ولكن نظامهم العددي لم يكن خالصاً كما سبق أن ذكرنا.

ولنحاول الآن أن ننسق المعلومات التاريخية المتوفرة ونعيد عمليات التقاطع الفكري بينها:

أولاً: ذكر رسكا - على سبيل المثال - الأرقام التسعة فقط، وأشار إلى أن الصفر كان مستعملاً، ولكنه لم يقل أنه كان « داخلاً » في « نظام » مع الأرقام التسعة.

ثانياً: يظهر من الإشارات التاريخية إلى الرياضي الهندي براهما جوبتا Brahmagubta أن الهند لم تعرف أي نظام عددي متجانس، وإلا لما اضطر الرياضي الهندي المذكور في حوالي عام ٦٢٨ م، إلى « وضع » قواعد خاصة لاستخدام السونيا الهندية.

ونلفت عناية الباحثين إلى أن عدداً كبيراً من مؤرخي قضية « الأرقام العربية » لم يدرسوا بأنفسهم الوثائق الهندية الخطية بطريقة مباشرة.

فإذا كان ثابتاً أن الهند قد أوجدت الأشكال الرقمية التسعة قبل محمد بن موسى الخوارزمي تحديداً، استناداً إلى كتابات سفروس

ساجت، إلا أن من المشكوك فيه معرفة علماء الهند بتطبيقات من أي نوع للنظام العشري.

ودلينا على ذلك أن مخطوطة «البكشالي» الهندية manuscript Bakshali تضم مواد رياضية متباعدة العصور من القرون الميلادية التالية: الثالث (أو الرابع)، والخامس والثامن (أو التاسع). بل إن هناك شكاً في أصلها الهندي كما يقول عدد غير قليل من مؤرخي الرياضيات^(١٣).

وأغلب الظن أن الرياضي الهندي بهاسكارا Bhaskara المولود حوالي عام ١١١٤م، والمتوفى حوالي عام ١١٨٥م قد طمس حدود معالم «السونيا» الهندية من خلال حديثه عن الرياضيين الهنود السابقين عليه. وعلى وجه الخصوص ساهمته في «تطوير» مفهوم «السونيا» عند براهما جوبتا.

وعلى فرض وجود «السونيا» في أيام براهما جوبتا، أي حوالي ٦٢٨م، إلا أن إغفال الأسقف السوري ساجت (٢) في حدود عام ٦٦٢م، وليس عام ٦٢٢م كما تقول بعض المراجع^(١٤)، يدل على أن ذلك المصطلح الهندي لم يكن «الرقم العاشر» في نظام العد الهندي.

وهذا التسلسل المنطقي يمكن اعتبار مساهمات «بهاسكارا» امتداداً طبيعياً للثقافة العربية وليس العكس. خاصة وأنه جاء بعد الخوارزمي (المتوفى بعد عام ٨٤٧م)، وابن سينا المتوفى عام ١٠٣٧م، وابن الهيثم المتوفى عام ١٠٣٩م والبيروني المتوفى عام ١٠٤٨م.

وليس بإمكان مؤرخ واحد في تاريخ العلم - وتاريخ الرياضيات خاصة - أن ينفي تأثير علماء الهند في القرن الثاني عشر الميلادي بمنجزات العرب العلمية، وبأعمال البيروني العظيم بشكل خاص.

ثالثاً: يخطئ من يمتد أن الأرقام العربية المعاصرة (المشرقية منها والمغربية) هي ذاتها الأرقام الهندية التسعة.

ولقد ظهر بين الباحثين عدد غير قليل من المؤكدين على هذه الفرضية، بعد أن وضعوا جداول مقارنة لختلف الأشكال العربية والهندية. وبالمنى الذى أوردناه يقول الأستاذ الدكتور عدنان الخطيب:

«إن الأرقام هندية وغبارياً عربية فى مولدها وفى نشأتها، ولكن الأولى منها أكثر عراقية، وأبعد انتشاراً، وأشد التصاقاً بالتراث العربى والإسلامى، وأوضح أثراً فى كنوز الخط العربى»^(٤٥).

رابعاً: يتضح من المناقشات السابقة أن العرب وصفوا أرقامهم بالهندية تمييزاً لها عن نظامهم السابق المعروف بالجميل، لسبب واحد ووحيد وهو أن الهند كانت قد قطعت شوطاً مغائراً للنهج الأبجدي الحسابي.

وهو «نبح» لم يكن من تراث العرب من جهة، ولم يتوفر، من جهة أخرى، فى الأعمال اليونانية المترجمة إلى العربية.

خامساً: لا يوجد دليل واحد تاريخي أو فكري يبرهن على أن الأرقام المشرقية والمغربية معاً هندية الأصل أو النسب.

والعلاقة اليتيمة بين أرقامنا العربية وأرقام الهند تشبه إلى حد بعيد تلك العلاقة التى يجدها بعضهم بين خريطة بطليموس وأطلس القرن العشرين.

وبرأى بعض الباحثين العرب - وأخص منهم الدكتور الخطيب - إن «أول من حفظ لنا الأشكال الأولى للأرقام الهندية - بحسب ما عرفناه من كتب التراث - محمد بن موسى الخوارزمي المتوفى سنة ٣٣٢ هـ ثم أحمد بن إبراهيم الأقليدسي المتوفى سنة ٣٤١ هـ وشجاع المغربي المتوفى سنة ٣٤٤ هـ وبمدهم كثيرون»^(٤٦).

وأما أول من حفظ^(٤٧) لنا الأرقام الغبارية فهو ابن الباسمين المتوفى سنة ٦٠١ هـ وبأبي بعده ابن البناء المراكشي المتوفى سنة ٧٢١ هـ.

ومن جهة ثانية ربما كانت الحقيقة التاريخية للأرقام العربية - بشكليها المشرقي والمغربي - تكمن فعلاً وراء تطورات الخط العربي كما ذهب إليه بعض العلماء، إلا أن الصورة الواضحة لنا هي ما يلي:

استلهم العرب - والخوارزمي تحديداً - التهجّ الهندي في تمثيل الأرقام ولكنهم أسهموا في تأسيس وبلورة نظام عد عشري خالص، بدءاً من القرن الثالث الهجري / التاسع الميلادي.

وإذا لم يكن لهم من فضل في تاريخ أنظمة العد على مرّ العصور، لسبب أو أكثر كظهور وثائق تاريخية قاطعة تنافي ما ذهبنا إليه، فيكفي هنا أن نؤكد على أن هذا «الصفّر» الجليل الذي أصبح قاعدة للفكر الرياضي العالمي لم يكن باستطاعته أن يتقلب من «خشبة» إلى «كائن» من غير الفعل العربي الرياضي الشامل في العصر الوسيط.

وأما كيف رحل الرقم العربي حول العالم بحيث تمكن خلال قرون قليلة من احتلال المكانة الأولى في العالم فبإمكان القارئ المتابع أن يعود إلى مجموعة من المصادر العربية والأجنبية التي تبحث في قصة وتأثيرات النظام العربي العشري، وعلى وجه الخصوص ما أحدثه دخول «الصفّر»^(٤٨) في نسج العلوم الرياضية كافة.

الهوامش والإحالات (الفصل الأول)

- (١) «تاريخ العلم» للعلامة سارتون / ج ١ / ص ٥٧ .
(٢) الصمحتان (١٠١) و (١٠٢) من المرجع السابق .
History of Mathematics, By: Carl Boyer, Page: 11 (٣)
ويقول د . عمر فروح أن المصريين «جعلوا العلامة الدالة على المليون وحلا راکما وحملوا • علامة لعشرة ملايين» - «تاريخ العلوم عند العرب» ص ٢١ .
(٤) النص للعلامة الكبير سارتون ، ص (٩٧ - ٩٨) الترجمة العربية .
وانظر أيضاً : THE
وكذلك .

Boyer: Page 11

- Boyer: Page 13 (٥)
(٦) المرجع السابق .
(٧) المسألة رقم (٤٠) في البردية/ انظر مثلاً Boyer: 24 ولهذا المسألة نص مشابه أورده العلامة فروخ / الصفحة ٢٤ / من كتابه المشار اليه .
Boyer: 29 (٨)
(ربما حدث هذا كما يرى بوير في الألف الثانية قبل الميلاد) .

- (٩) المرجع نفسه .
(١٠) سارتون / ج ١ / ص (١٦٤ - ١٦٥) .
(١١) المرجع السابق .
Boyer: 63 (١٢)
(١٣) استناداً إلى المرجع السابق .
Boyer: 64 (١٤)
(١٥) المرجع السابق .
(١٦) يقر بذلك بوير على الرغم من أنه يلجأ بعبارات غامضة إلى إرجاع الأصل الكنعاني العربي ذاته إلى اليونان مرة أخرى (الصفحة ٦٤ من كتابه المذكور) .
وانظر :

- «قضايا في التراث العلمي العربي» الصفحة ١٤٣ ومايلها - للكاتب .
(١٧) المرجع السابق .
(١٨) سارتون/ ص (٤٢٤ - ٤٢٥) الجزء الأول .
(١٩) المرجع السابق .

(B.P.S) Vol: 1, Page: 152 (٧٠)

(٧١) المرجع السابق ، الصفحة ١٥٣ .

(٧٧) كثيرة هي المصادر التي تتحدث عن المايا : حضارة ووجودا .

منها :

- Böyer: Payer: Page 235

- Enclopedia International

Vol: 11 (Mayas), Page: 465

- The Penguin Dictionary of Archaeology: Maya, Aztecs, Olmecs..

(٧٣) يرى سارتون أن شعب المايا طور مفاهيمه في الحساب والمد في حدود القرن الميلادي الأول .

ويقول ديورانت أن الصفر كإستعمال في أمريكا في القرن الميلادي الأول - ويقصد بذلك المايا - قصة الحضارة ، ج٣/ ص ٣٣٧ .

(٧٤) يظهر لك في المد باللغة الفرنسية كما يقول المارغون .

(٧٥) حاشية عن حضارة المايا :

تؤكد الوثائق التاريخية على أن شعب المايا نجح في إرساء حضارة من أهم الحضارات القديمة في جزء يعرف اليوم بأمريكا الوسطى .

وحين قدم الأسبان كانوا يسكنون في منطقتي (Chiapas) و (Yucatan) في المكسيك وجواتمالا وأجزاء من هندوراس والسلفادور .

ولهذا الشعب لغة خاصة به تعرف باللغة المايوية ، لم يعرف لها إلى اليوم صلة قري باللغات المعروفة .

ومن أهم المتجزات الرياضية لهذا الشعب : الترتيم وفق نظام عد معقد يدخل فيه الصفر ، بالإضافة إلى تقويم فلكي لا يقل تعقيداً عن نظام مدني .

ولما تأريخ وجود هذا الشعب فيرجع إلى حوالي الألف قبل الميلاد .

ويعتقد بأن حضارتهم قد تطورت بين (١٠٠٠ ق.م) إلى (٣٠٠ بعد الميلاد) .

ولما حياتهم المفردة فلقد بدأت تنهي حوالي عام ١٤٤١ م بسبب القتال الذي استمر طويلاً بين مدنيهم من

جهة ، وبسبب الانتشار الواسع للاستعمار في تلك المناطق من العالم .

وفي العصر الحالي تركز وجودهم في جواتمالا وأصبحوا يشكلون نسبة عالية من سكانها بلغت ٢٥٪ . ولربما

بسبب تشتتهم في تلك الأقطار ، من الجنوب الشرقي للمكسيك إلى شمال نيكاراغوا ، ويقال حالياً بأنهم يتكلمون خمس عشرة لغة (أو لهجة) مايوية .

Boyer: Chapter xli, China and India Page: 220 (٧٦)

(٧٧) المرجع السابق .

(B.P.S) Vol: 1, Page: 152 (٧٨)

(٢٩) تعليق على اللوحة (٢٥) :

بعض المراجع لا تميز بين المذكورتين ، مثال ذلك الخلط الذي وقع فيه الأستاذ نادر نابلسي في دراسة له بعنوان «صور الأرقام خلال الزمن» الصفحة ٣٦ وما بعدها من مجلة «التراث العربي» العدد السابع (١٩٨٧) .
ففي الصفحة (٤٢) من المجلة أورد الأستاذ النابلسي صورة عن أرقام صينية متوهها أنها وتوضح الطريقة الصينية في الترقيم ، بينما هي أرقام من المرحلة الثانية كانت فيها الشرطة الأفقية رمز للواحد . ولا يعرف بأسبقيتها للخط الرامي .

وعليتنا حين نتحدث عن صور أرقام الشعوب أن نشير إلى مراحلها حتى لا تختفي معالم الحدود بين المصور .
وفي الصفحة (٤٠) - السطر الثاني من الأسفل تحديداً - كان على الباحث أن يعكس اتجاهي المئة والآلاف المصريين . على الرغم من أنه لم يشر أيضاً إلى أن المرحلة الهيرغليفية لم تكن الوحيدة في تلخيص صور الأرقام المصرية القديمة فلقد لحقها المرحلة الهيراتيكية كما هو معروف .
وأما في الصفحة (٣٨) فلقد تصرف الباحث بتعريب الليفانجاري Devanagari وصياها «الناغارية» مسقطاً جزءاً من التسمية . .

(٣٠) هذا رأي بيور / ص ٢٢٠ .

بينما تقول (B.P.S) : «لم يكن لدى الصينيين أي رمز للصفر» (الصفحة ١٥٣) ، والصواب تاريخياً هي الرأي الأول .

(٣١) د . جواد علي / ج ٢ / ص ٧٣ .

(٣٢) المرجع السابق / ص ١٢٠ .

(٣٣) المرجع السابق . وذلك استناداً إلى كتابة معينية عشر عليها المتقنون في (الجزيرة) في موضع (فصر البنات) يعود تاريخها كما يرى بعض المؤرخين إلى حوالي (٢٦٤ - ٢٦٣) ق.م .

(٣٤) المرجع السابق / ص ١٢١ .

(٣٥) انظر الصفحة ٩٦ من كتاب «تدمر والتدمريون» للدكتور عدنان بني .

(٣٦) نشرها د . جواد علي : والمقصد ٨٠٠ / ج ٨ / ص (٢٢٧ - ٢٢٨) .

(٣٧) المرجع السابق / ص ٢٢٦ .

(٣٨) المرجع السابق .

(٣٩) ديورانت / ج ٣ / ص ٢٣٦ - ٢٣٧ .

(٤٠) المرجع السابق .

ولقد ورد في الموسوعة البريطانية/ المجلد ١٩ / الصفحة ٧٥٩ أن : Asoka Inscriptions التي تعود إلى القرن الثالث قبل الميلاد تحمل شيئاً قريباً أو يشبه الأعداد الثلاثة التالية (1,4,6) .

وأما الأعداد (2,4,7,9) فلقد ظهر أيضاً ما يشبهها في :

Nana Ghat Inscriptions

وفي : Nasik Caves (من القرن الميلادي الأول وربما الثاني . .) . . وردت أشكال لأرقام من نوع :

(2,3,4,5,6,7,9) .

وتؤكد البريطانية على أن كل هذه الوثائق لا تعطي مفهوماً للكتابة أو الصفر . وبالرغم من أن الأدب الهندي يقول بوجود الصفر قبل عهد السيد المسيح إلا أنه لم يظهر عندهم قبل التاسع الميلادي .

ويشكل عام تمنى على القارئ التامل في اللوحة الجامعة لمختلف الأشكال الرقمية الهندية التي رسمها العلماء بناء على الوثائق المذكورة . وبعد ذلك فليذكر علاقتها بالأرقام العربية من جهة وباللغة الديوراتية القاطعة .
(انظر ملحق الكتب)

(٤١) من المناسب التنبيه هنا إلى أن ديورانت قد استعاض عن الحقائق الموضوعية بلغة شاعرية دفعت به إلى اعتبار العرب جملة يستمرون العلوم والمنجزات لتقدمها إلى السادة الأوروبيين . وما أكثر المؤلفات التي تشيع فيها هذه الروح المتعالية .

(٤٢) ودائرة المعارف الإسلامية / ج ١٥ / ص ٢٢٦ .

Boyer: 241 (٤٣)

Smith: History of Mathematics, I, Page 164.

Florian Cajori: A History of Mathematics (1919), Page: 84- 85.

(٤٤) انفردت المستشرق الألمانية زيفريد هونكة في كتابها الشهير «شمس العرب تسطع على الغرب» بأقوال وراء غير حقيقة في هذا المجال .

ففي حديثها عن اشارات الأسقف السوري سابخت إلى الأرقام الهندية «التسعة» يلاحظ عليها ما يلي :
أولاً : أعادت تاريخ كتاباته إلى عام ٦٢٢ م بينما الصواب هو عام ٦٢٢ م ولقد انخطأ من نقل عنها ولخص أقوالها . مثال ذلك : الأستاذ زهير الكتيبي في كتابه عن «الخوارزمي» الصفحة (٣٩) وما بعدها .

ثانياً : قررت هونكة في كتابها فرضية جريئة وهي أن الأسقف كان من المشتغلين بالحساب وعملياته . ومن الواضح هنا أنها لم تفهم اشارات سابخت إلى الأرقام الهندية التسعة ، فجاءها وهم كثير .

فهي تقول :

وهذا النظام الهندي استطاع ساهروس أن يقوم بعملياته الحسابية وأن يكتب ما يشاء من الأعداد إلى ما لا نهاية» الصفحة (٧٢) . بل وقالت أكثر من ذلك حين ذهبت في عبارة أخرى إلى توهم تلامذة رياضيين له . مع أن الرجل لم يكن رياضياً ولا نعلم مطلقاً أنه كتب عدداً صحيحاً واحداً بالأرقام الهندية .

وحقيقة علاقتها بتلك الأرقام لا تحظى دافعة انتخاها بالأمم الشرقية على الأمة اليونانية أو من اعتبرها أهل عصره معجزة كالرومان . كان بمعبارة أخرى يريد أن يقول : في الشرق اسم أخرى تفهم أكثر منكم - وهذه هي جملة من التعليقات التي أوردها مؤرخو الرياضيات .

(٤٥) الصفحة (١٢ - ١٣) : من مستلة الدكتور عدنان الخطيب (مجلة مجمع اللغة العربية بدمشق) .

(٤٦) الصفحة ٢٩٥ / العدد ١١ / من مجلة «شؤون عربية» ، دراسة للدكتور عدنان الخطيب بعنوان :

«الأرقام العربية : بين مشرق الوطن العربي ومغرب»

(٤٧) المرجع السابق .

(٤٨) في مقدمة تحفيها لكتب «مفتاح الحساب» لجمشيد غيات الدين الكاشي رسم الاستاذان المرداش والحفني الشيخ الصورة الحوية التي ظهرت فيها تطورات مفهوم الصفر في الثقافة الأوربية منذ عام ١٢٢٨ م ، أي منذ أن صاغ الايطالي ليوناردو لفظ «الصفر» العربية صياغة لاتينية فأصبحت (Cephirum) ، ثم برزت في لغات أوربية أخرى بصيغة قريبة من صيغته مع تحريفات طفيفة . كقولهم في إيطاليا : (Zefero) أو (Zero) ، وفي فرنسا (Chiffre) وفي إنجلترا (Zero) .
ولايفرتنا أن ننبه إلى أن هناك رأياً جديراً بالبحث التاريخي قال به الدكتور عبدالكريم الباني يقول بأن «صفر» الفرنسية مشتقة عن «الجفر» العربية .

الفصل الثاني
أنظمة العد
في الحاسبات الإلكترونية

الباب الأول

النظام الثنائي Binary System:

نستطيع أن نقول بكل اطمئنان إن النظام الثنائي لم يعرف قبل القرن السابع عشر الميلادي.

فأمام عشرات من أنظمة العد التي اخترعت واستخدمت في الحضارات القديمة والقرون الوسطى لم نجد أصلاً لهذا النظام.

وباستثناء الإشارات الفلسفية التي تركها الرياضي الألماني الكبير لايبنتز عن مضمون « الوجود » و« عدم » في المكونين الرئيسيين لهذا النظام - وهما بالترتيب: الواحد والصفر - لا يكاد الباحث يجد شيئاً مهماً عن العلماء الذين اشتغلوا لتطويره في القرنين الثامن عشر والتاسع عشر.

ويبدو أن الفضل الأكبر في شد انتباه العلماء إلى هذا النظام إنما يعود إلى الرياضي نيومن (Neumann) الذي نجح عام ١٩٤٧ في صياغة اقتراحات* جوهرية كان من نتائجها إدخال النظام الثنائي في عالم الحاسبات الإلكترونية. ولكن.

ما هو هذا النظام وكيف يتم تشكيله أو اشتقاقه؟

(*) انظر مقدمة « المخططات التدفعية والمنطق الجبري في الكمبيوتر » - للكاتب.

اشتقاق الرقم الثنائي:

لنفترض أن لدينا العدد العشري (555) فلتحويله إلى عدد ثنائي نقوم عادة بإجراء سلسلة متتابعة من عمليات القسمة على العدد اثنين (2)، وفي نهاية كل قسمة نستخرج العدد « الباقي »، ونضعه بشكل متسلسل إلى يمين عمليات القسمة. وفي حالة واحدة: وهي كون العدد الذي نريد تقسيمه هو الواحد فقط، فإن الباقي هو الواحد ذاته.

وهذا يعني لو قسمنا الواحد على اثنين فنسجد كسراً، ولكننا في عمليات البحث عن « الباقي » لا نأخذ إلا العدد الباقي الصحيح، ولذا يبقى الواحد هو الباقي المطلوب.

وبشكل عام، سنجد أثناء استخراجات « العدد الباقي الصحيح » أن « الباقي » هو: إما « واحد » أو « صفر ».

ولنبداً: (555) على (2) فيها (277) والباقي (أو remainder) هو (1).

(277)	على	(2)	فيها	(138)	والباقي	(1).
(138)	على	(2)	فيها	(69)	والباقي	(0).
(69)	على	(2)	فيها	(34)	والباقي	(1).
(34)	على	(2)	فيها	(17)	والباقي	(0).
(17)	على	(2)	فيها	(8)	والباقي	(1).
(8)	على	(2)	فيها	(4)	والباقي	(0).
(4)	على	(2)	فيها	(2)	والباقي	(0).
(2)	على	(2)	فيها	(1)	والباقي	(0).
(1)	على	(2)	فيها	←		(1).

ونعبر عن الطريقة التحليلية السابقة على النحو التركيبي التالي:

2	555		
2	277	r	1
2	138	r	1
2	69	r	0
2	34	r	1
2	17	r	0
2	8	r	1
2	4	r	0
2	2	r	0
2	1	r	0

القراءة:
من الأسفل إلى الأعلى

ويعتبر آخر البواقي هو أقصى رقم إلى اليسار، في كلا الطريقتين. وهكذا
بإمكاننا أن نقول إن العدد العشري «555» هو ثنائياً يساوي «1000101011»
 $(1000101011)_2 \longleftrightarrow (555)_{10}$

التحقق:

كنا في النظام العشري نعبر عن العدد العشري (555) كالتالي:

$$555 = 5 + 50 + 500$$

أو:

$$555 = 5 \times 10^0 + 5 \times 10^1 + 5 \times 10^2$$

حيث أن (10^0) ، وكذا أي رقم مرفوع إلى القوة صفر، يساوي الواحد. والبرهان على ذلك بسيط.

البرهان: لنفترض أن لدينا رقماً ما (N) مرفوعاً إلى القوة صفر. وبما أنه

بإمكاننا دائماً التعبير عن الصفر كيفما نريد كأن نقول: $Zero=1-1$ أو $Zero=2-2$... الخ... إذن نكتب.

$$N^0 = N^{1-1} = N \times \frac{1}{N} = \frac{N}{N} = 1$$

وهو المطلوب .

وعليه نقول: يمكن كتابة أي عدد عشري بالطريقة التي تمت فيها كتابة العدد السابق (555).

مثال ذلك:

$$1530 = 0 \times 10^0 + 3 \times 10^1 + 5 \times 10^2 + 1 \times 10^3$$

حيث تصبح الأرقام (1, 5, 3, 0) هي الأمثال في عملية التحليل العشري .

المثال الثاني:

$$10203 = 3 \times 10^0 + 0 \times 10^1 + 2 \times 10^2 + 0 \times 10^3 + 1 \times 10^4$$

$$= 3 + 0 + 200 + 0 + 10000$$

والآن. ماذا عن العدد الثنائي؟

لا يختلف كثيراً تحليل العدد الثنائي عن التحليل العشري السابق، إلا أنه ينبغي الإشارة إلى أن العدد الثنائي يستند على أساس يساوي (2). بينما كان العشري (10) عشرة .

وكذلك ينبغي الانتباه إلى أن تحليل العدد الثنائي ليس تحليلاً بسيطاً وإنما هو عبارة عن «إرجاع» إلى الأصل العشري الذي تم استنباط الثنائي منه .

لنتحقق الآن من المتادلة التالية:

$$(1000101011)_2 \longleftrightarrow (555)_{10}$$

ولنأخذ الطرف الأيسر بالطريقة التحليلية المبسطة أدناه:

$$1000101011 = 1 + 10 + 000 + 1000 + 00000 + 100000 + 0000000 + \dots$$

$$\dots + 00000000 + 000000000 + 1000000000$$

وبدلاً من هذا التحليل المبسط لنكتب العدد السابق بالاستفادة من الأساس (2).

$$1000101011 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^6 + 0 \times 2^7 + 0 \times 2^8 + 1 \times 2^9 \\ = 1 + 2 + 0 + 8 + 0 + 32 + 0 + 0 + 0 + 512 = 555$$

وهو المطلوب .

أمثلة محلولة:

١ - أوجد العدد الثنائي المقابل للعدد العشري (47)؟

٢ - أوجد العدد الثنائي المقابل للعدد العشري (15)؟

٣ - تحقق من أن المتأالة التالية صحيحة؟

$$(32)_{10} \longleftrightarrow (100000)_2$$

الأول:

2	47		
2	23	r	1
2	11	r	1
2	5	r	1
2	2	r	1
2	1	r	0
			①

ومنه:

$$(47)_{10} \longleftrightarrow (101111)_2$$

★ لغرض التمرين على هذا النظام يفضل من الآن إجراء التحقق.

الثاني:

2	15		
2	7	r	1
2	3	r	1
2	1	r	1

$(15)_{10} \longleftrightarrow (1111)_2$

الثالث:

لفرض التحقق من المتأثلة في المثال الثالث، إما أن نجري عملية إرجاع للعدد الثنائي، أو نحول العدد العشري إلى ثنائي. ولنعمل بالطريقة الأولى.

$$100000 = 0 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5$$

$$\text{وبما أن: } 1 \times 2^5 = 32$$

إذن:

$$(100000)_2 \longleftrightarrow (32)_{10}$$

وهو المطلوب.

تعميم:

إذا كان لدينا عدد ما في أي نظام مفترض، وليكن تمثيله على النحو التالي:

$$\dots P \times yz \dots$$

حيث z — رقم في المرتبة الأولى.

y — رقم في المرتبة الثانية.

x — رقم في المرتبة الثالثة.

p — رقم في المرتبة الرابعة.

فحتى يتسنى إرجاع هذا العدد إلى النظام العشري نستخدم الطريقة التالية، مع

الأخذ بعين الاعتبار أن الأساس هنا هو الأساس الذي يقوم عليه النظام المفترض ذاته (عشري، ثنائي، ثماني، سداسي عشر... الخ).

ولنفترض أن الأساس (Radix) هو M، إذن بإمكاننا أن نكتب ما يلي:

$$(PXYZ)_M \longleftrightarrow (Z.M^0 + Y.M^1 + X.M^2 + P.M^3)_{10}$$

العمليات الحاسوبية الأساسية:

ينبغي أن نتذكر هنا، قبل إجراء أي عملية حاسوبية، أن الاختلاف الممكن بين النظامين العشري والثنائي هو في التعبير عن الإثنين. فحين نجمع واحداً إلى واحد في الثنائي لا نكتب اثنين بل (10). وبعد الانتباه إلى هذه الملاحظة المهمة نحري التطبيقات التالية:

الجمع:

جمع ثنائي		جمع عشري
101	←→	5
110	←→	6
1011	←→	11
<hr/>		
100	←→	4
011	←→	3
111	←→	7

وفي المثالين يلاحظ أن هناك تطابقاً في عملية التحقق. والآن لنجري عملية الجمع المركبة لحتويات المثالين السابقين، على النحو التالي:

101	←————→	5
110	←————→	6
100	←————→	4
011	←————→	3
<hr/>		
10010	←————→	18

ولتحليل عمليات الجمع في الأعداد الثنائية لنفترض أننا رقمنا الصفوف والأعمدة المبينة أعلاه. فالعدد (101) يأتي في الصف الأول. والصفر في العمود الثاني « من اليمين ». ولنجمع أرقام العمود الأول من كافة الصفوف الأربعة:

$$1 + 0 + 0 + 1 = 10$$

وهكذا نضع أول رقم إلى اليمين: (0). ونحمل الواحد للعمود الثاني، ونستكمل عملية جمع أرقامه:

$$1 + 0 + \underbrace{1 + 0 + 1}_{= 10} = 10 + 1 = 11$$

والآن. نضع واحداً فقط في الصف الخاص بنواتج الجمع ونحمل من جديد واحداً للعمود الثالث والأخير.

$$\underbrace{1 + 1}_{= 10} + \underbrace{1 + 1}_{= 10} + 0 = 10 + 10 = 100$$

وهكذا نضع (100) في الجهة اليسرى من الناتج الأول الذي حصلنا عليه كما هو موضح سابقاً.

التحقق:

لنتحقق من المتأثلة التالية:

$$(10010)_2 \longleftrightarrow (18)_{10}$$

ينبغي إرجاع الثنائي إلى العشري كالتالي:

$$\begin{aligned}10010 &= 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4 \\ &= 0 + 2 + 0 + 0 + 16 = 18\end{aligned}$$

وهو المطلوب .

الطرح:

لأسباب تتعلق بطبيعة التقنية في الحاسبات الإلكترونية لا تتم، في داخل الحاسب الإلكتروني، أية عملية حسابية باستثناء عملية الجمع .
لذا تردّ كل العمليات الحسابية الأساسية (من طرح وضرب وقسمة) والثانوية (من رفع إلى قوى معينة، أو جذر...) إلى عملية الجمع وحدها .
وقبل إجراء أية عملية حسابية في الطرح ينبغي أولاً أن نقدم فكرة المتمم الحسابي فبدونها لا تتحول عملية الطرح إلى عملية جمع .

المتمم الحسابي:

لنفترض أن لدينا العددين العشريين التاليين، (510) و(89). ولنحاول أن نطرح الثاني من الأول .

$$\begin{array}{r}510 \\ - 89 \\ \hline 421\end{array}$$

في الحالة العادية كنا نقول إن النتيجة تساوي: (421).

ولكن هناك طريقة أخرى هي طريقة المتمم الحسابي التي تفترض أثناء استخدامها أن نطبق القواعد الثلاث التالية:

أولاً: إيجاد المتمم الحسابي للمطروح، أي للعدد العشري (89) في مثالنا السابق . وهذا المتمم هو (910) كما سيأتي شرحه .

ثانياً: جمع المتمم الحسابي الذي وجدناه مع العدد العشري للمطروح منه ، وهو في مثالنا السابق (510):

$$510 + 910 = 1420$$

ثالثاً: ترحيل الرقم الموجود في أقصى اليسار (وهو الواحد في المثال) إلى تحت الرقم الموجود في أقصى اليمين. على النحو الموضح في المثال.

$$\begin{array}{r} 510 \\ 910 + \\ \hline 1420 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{C} \rightarrow 1 + \\ \hline 421 \end{array}$$

وهو المطلوب.

مثال آخر:
أوجد ناتج طرح العددين العشريين التاليين ، بطريقة المتمم ثم قارن النتيجة بالطريقة العادية ؟

الطريقة العادية

$$\begin{array}{r} 1982 \\ - 1950 \\ \hline 0032 \end{array}$$

أولاً: المطروح هو (1950). ولايجاد متممه الحسابي نستخرج المقابل لكل رقم فيه من السلسلتين المتعاكستين:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

وإذا عدنا إلى أرقام العدد العشري (1950) نجد أن الأرقام المقابلة لمكوناته هي بالترتيب التالي:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 9 & 5 & 0 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 8 & 0 & 4 & 9 \end{array}$$

وهو المتمم الحسابي.

ثانياً: إجراء عملية الجمع: (المطروح منه + المتمم الحسابي)

$$\begin{array}{r} 1982 \\ 8049 + \\ \hline 10031 \\ \hline \end{array}$$

وهو المطلوب.

ثالثاً: ترحيل أقصى رقم في اليسار إلى تحت أقصى رقم في اليمين، ثم نجمعها، كما هو مبين في المثال.

ملاحظة: بالنسبة للمثال الأول كان المتمم الحسابي للمطروح (89) هو (910)، لأن بإمكاننا أن نكتب المطروح على النحو التالي:

$$\begin{array}{ccc} 0 & 8 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 9 & 1 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 89 = 089 \\ \text{المتمم} \end{array}$$

وبشكل عام: إن مجموع أي رقم من المطروح مع الرقم المقابل له أو المتمم له هو تسعة. وعليه فإن باستطاعتنا إيجاد متمم الرقم إذا طرحناه هو ذاته من تسعة. والمتممات لأرقام العدد العشري التالي (523) هي: (476). ويجب الإتيان

إلى أن من اللازم أن يكون المطروح والمطروح منه من نفس المرتبة حتى يتسنى لنا إجراء عملية التتم وما يليها من خطوات.

المتتم في الثنائي:

لما كان رمزا النظام الثنائي كله ها الصفر والواحد، لذا فإن هناك متممين فقط، بحيث يكون دائماً مجموع المطروح والمتتم سواء، الواحد

0	1
1	0

مثال: أوجد ناتج طرح العددين الثنائيين التاليين:

المطروح منه 11011 ←

المطروح 111 ←

أولاً: إن متمم المطروح (111) هو (11000)، لأسباب سبق ذكرها.
ثانياً: الجمع.

$$\begin{array}{r} 11011 \\ 11000 \\ \hline 110011 \end{array}$$

ثالثاً: الترحيل، والجمع النهائي.

$$\begin{array}{r} 110011 \\ \xrightarrow{C} 1 \\ \hline 10100 \end{array}$$

وهو المطلوب.

التحقق:

$$(11011)_2 \longleftrightarrow (1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^4)$$



$$1 + 2 + 0 + 8 + 16 = 27$$

$$(111)_2 \longleftrightarrow (1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2) = 1 + 2 + 4 = 7$$

$$\begin{array}{r} 27 + \\ - 7 \\ \hline 20 + \end{array}$$

الآن: حتى نستكمل التحقق يجب أن يتساوى المقابل العشري للعدد الثنائي الناتج (10100) مع ناتج الطرح: (20) المسخرجة عشرياً بشكل مستقل.

$$(10100)_2 \longleftrightarrow (0 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4)$$

$$0 + 0 + 4 + 0 + 16 = 20$$

وهو المطلوب.

الضرب:

شكل عام يمكن اعتبار الضرب جمعاً متكرراً. ولنقدم مثالين سريعين على عملية الضرب في النظام الثنائي. وهي عملية لا تختلف عن تلك التي اعتدنا عليها في النظام العشري.

المثال الأول:

يوضح هذا المثال العملية كلها مع مقابلها العشري. ولزيد من الاطمئنان نجري التحقق. فنرجع ناتج الضرب في النظام الثنائي على النحو التالي:

$$\begin{array}{r}
 1011 \\
 \times 11 \\
 \hline
 1011 \\
 1011 \\
 \hline
 10001
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 11 \\
 \times 3 \\
 \hline
 33
 \end{array}$$

$$(1000001)_2 \iff (1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5)$$

$$1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 32 = 33$$

وهو المطلوب.

أي أن المتائلة التالية صحيحة:

$$(100001)_2 \iff (33)_{10}$$

المثال الثاني:

يحتاج هذا المثال إلى مزيد من الانتباه، حين يصل المرء إلى مرحلة جمع نواتج الضرب في الصفوف الثالث والرابع والخامس.

$$\begin{array}{r}
 1111 \\
 \times 111 \\
 \hline
 1111 \\
 1111 \\
 1111 \\
 \hline
 1101001
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 15 \\
 \times 7 \\
 \hline
 105
 \end{array}$$

وللتحقق ينبغي أن يكون الإرجاع مكافئاً للعدد العشري (105).

$$(1101001)_2 = (1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^6)$$

$$1 + 0 + 0 + 8 + 0 + 32 + 64 = 105$$

وهو المطلوب.

القسمة:

تعتبر القسمة في داخل الحاسب الإلكتروني عملية طرح متكررة. وعمليتها لا تختلف عن تلك التي كنا نجريها في النظام العشري. ويتضمن المثالان التاليان مجموعة من الأفكار الرئيسية، بما فيها فكرة استخدام الفاصلة في النظام الثنائي.

المثال الأول:

$$15 \div 3 = 5$$

$$1111 \div 11 = 101$$

1111	11
11	101
0011	
11	
00	

ملاحظة: تعالج عملية القسمة هنا كما جرت عليه العادة في النظام العشري.

المثال الثاني:

$$101101 \div 10 = 10110.1$$

$$45 \div 2 = 22.5$$

101101	10
10	10110 1
0011	
10	
010	
10	
0010	
10	
00	

ملاحظة: تمالج عملية القسمة كالسابق مع الانتباه إلى إضافة صفر قبل الفاصلة
تعبيراً عن خانة الواحد في أقصى اليمين.

ولنتحقق الآن من حاصل القسمة في النظام الثنائي وذلك من خلال إرجاع
هذا الحاصل إلى العشري.

$$(10110.1)_2 \longleftrightarrow (1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4)$$

$$\frac{1}{2} + 0 + 2 + 4 + 0 + 16 = 22.5$$

وهو المطلوب.

أمثلة غير محلولة لفرض التمرين:

11011	11111	110111	١ - الجمع:
10101 +	110111 +	110111 +	
101010	11111	11011	٢ - الطرح:
10101 -	1111 -	10111 -	
11101	10101	101111	٣ - الضرب:
11101 ×	101 ×	1111 ×	
11101	10101	11111	٤ - القسمة:
110 ÷	11 ÷	101 ÷	

تحقق في نهاية كل عملية باستخدام الإرجاع.

النظام السداسي عشر: Hexadecimal System

المكونات: يتكون هذا النظام من عشرة أرقام وستة أحرف، وتتموضع
هذه الأحرف من العدد عشرة حتى العدد الخامس عشر، على النحو التالي:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

الاشتقاق: ليكن لدينا العدد العشري (929)، والمطلوب إيجاد المقابل له في النظام السداسي عشر؟

ملاحظة: لا تختلف طريقة إيجاد العدد السداسي عشر عن الطريقة التي مرت بنا حين تم اشتقاق العدد الثنائي، وذلك بالتقسيم على أساس النظام والإحتفاظ بالباقي في ناتج كل عملية تقسيم.

أولاً: بتقسيم (929) على (16) فيها (58) والباقي (1)

ثانياً: بتقسيم (58) على (16) فيها (3) والباقي (10)

ثالثاً: نحفظ ب (3) لأنها غير قابلة للتقسيم الصحيح على (16) ونعتبرها الباقي الثالث.

وهكذا فإن البواقي هي (3101) - وبينني دائماً أن يكون الترتيب سلباً. فالباقي الأول محله في أقصى اليمين... والباقي الأخير في أقصى اليسار. ولا كان تمثيل العشرة هو الحرف (A)، لذا يكتب العدد السداسي عشر المستخرج كالتالي: (3.A 1).

وعليه... نكتب المتادلة:

$$(929)_{10} \longleftrightarrow (3.A 1)_{16}$$

التحقق:

$$(3.A 1)_{16} \longleftrightarrow (1 \times 16^0 + A \times 16^1 + 3 \times 16^2)$$

$$1 + 160 + 768 = 929$$

وهو المطلوب.

مثال ثان: برهن صحة المتادلة التالية:

$$(86 B)_{16} \longleftrightarrow (2155)_{10}$$

الطريقة الأولى: نعمل على إرجاع العدد السداسي عشر في الجهة اليمنى.

$$(86 \text{ B})_{16} \longleftrightarrow (B \times 16^0 + 6 \times 16^1 + 8 \times 16^2)$$

$$11 + 96 + 2048 = 2155$$

وهو المطلوب.

الطريقة الثانية: نجري الاشتقاق على العدد العشري في الجهة اليسرى.

- بتقسيم (2155) على (16) فيها (134) والباقي (11)

- بتقسيم (134) على (16) فيها (8) والباقي (006)

- بتقسيم (8) على (16) نحتفظ بالثانية كباقي.

=====

وهكذا نجد أن المتائلة صحيحة.

وهو المطلوب.

$\begin{array}{r} 16 \overline{) 8} \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 16 \overline{) 134} \\ \underline{128} \\ 006 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2155 \\ 16 \overline{) 055} \\ \underline{48} \\ 075 \\ 64 \\ \underline{11} \end{array}$	(العملية)
<p>الباقي الثالث ③</p>	<p>②</p>	<p>①</p>	

العدد المستخرج $(86 \text{ B})_{16}$

مثال ثالث: أوجد العدد السداسي عشر للعدد العشري التالي: (538) ؟

2	16	33	16	33		2	1	10
		32		48		↓	↓	↓
3		1		058		2	1	A
				48		ومنه $(538)_{10} \longleftrightarrow (21A)_{16}$ وهو المطلوب.		
				10				
				1				

النظام الثنائي: Octal System

مكونات هذا النظام هي: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

الأساس الذي نقسم عليه: ثمانية.

الإشتقاق: أوجد المقابل الثنائي للعدد العشري التالي: (472).

- بتقسيم (472) على (8) فيها (59) والباقي: (00).

- بتقسيم (59) على (8) فيها (7) والباقي: (3).

- نحتفظ بالرقم (7) كباقي.

وعليه يصبح العدد الثنائي: $(730)_8$

التحقق:

8	59	472
	40	
	72	
	72	
	00	
1	1	
	7	
8	59	56
	03	
2	2	
3	7	

$$(730)_8 \longleftrightarrow (0 \times 8^0 + 3 \times 8^1 + 7 \times 8^2)_{10}$$

$$0 + 24 + 448 = 472$$

وهو المطلوب.

مثال ثان: برهن صحة المتادلة التالية:

$$(823)_{10} \iff (1467)_8$$

الطريقة الأولى: تقوم بعملية إرجاع للعدد الثاني.

$$(1467)_8 \longrightarrow (7 \times 8^0 + 6 \times 8^1 + 4 \times 8^2 + 1 \times 8^3)_{10}$$

$$7 + 48 + 4 \times 64 + 64 \times 8 = 7 + 48 + 256 + 512 = \underline{\underline{823}}$$

وهو المطلوب.

الطريقة الثانية: تقوم باشتقاق للعدد العشري وفقاً للأساس ثمانية:

$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 8 \overline{) 1} \\ \underline{8} \\ 4 \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 12 \\ 8 \overline{) 12} \\ \underline{8} \\ 4 \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 102 \\ 8 \overline{) 102} \\ \underline{80} \\ 22 \\ \underline{16} \\ 6 \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$
$\begin{array}{r} 8 \overline{) 12} \\ \underline{8} \\ 4 \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 12 \\ 8 \overline{) 102} \\ \underline{8} \\ 4 \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 102 \\ 8 \overline{) 823} \\ \underline{80} \\ 23 \\ \underline{16} \\ 7 \\ \underline{7} \\ 0 \end{array}$
$\begin{array}{r} 8 \overline{) 12} \\ \underline{8} \\ 4 \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 12 \\ 8 \overline{) 102} \\ \underline{8} \\ 4 \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 102 \\ 8 \overline{) 823} \\ \underline{80} \\ 23 \\ \underline{16} \\ 7 \\ \underline{7} \\ 0 \end{array}$

وحسب الترتيب المأخوذ به في نظام البواقي:

يصبح العدد الثاني: $(1467)_8$

وهو المطلوب.

مثال غير محلول: برهن صحة المائلة التالية:

$$(2013)_8 \iff (1035)_{10}$$

التحويل بين الأنظمة المختلفة:

يمكن دائماً إجراء عمليات تحويل من الأنظمة الجديدة الى النظام العشري للتحقق من المائلات في مختلف الأنظمة.

ولهذا فإذا أردنا إجراء التحقق من المائلة التالية:

$$(11011011)_2 \iff (333)_8 \iff (D B)_{16}$$

تقوم بثلاث عمليات إرجاع كالتالي:

(١) من الثنائي الى العشري.

(٢) من الثنائي الى العشري.

(٣) من السداسي عشر الى العشري.

ومن الممكن أيضاً إجراء ما يلي:

(١) من الثنائي الى العشري.

(٢) من العشري الى الثنائي.

(٣) من السداسي عشر الى العشري.

ولكن هذه الطريقة تبدو شاقة خاصة إذا كانت الأعداد التي تشتغل بها كبيرة ومن مراتب عالية.

وعوضاً عن الخطوات السابقة، تم العملية بشكل مباشر من دون أن نمر بالنظام العشري - ويبقى المائل العشري لفرض التحقق إذا أردنا ذلك.

أولاً: التحويل من الثنائي الى الثنائي:

١ - لنكتب العدد الثنائي وفقاً لنظام فصل كل ثلاث خانوات على حده.

فإذا كان العدد هو:

11011011

يصبح كالتالي:

011	011	011
-----	-----	-----

٢ - نستخرج من كل مجموعة ثلاثية ما يقابلها في العشري. فالعدد الثنائي (011) يقابله (3) في العشري.

وبتطبيق هذه القاعدة يصبح لدينا:

011	011	011
3	3	3

٣ - بعد تطبيق القاعدتين السابقتين، يصبح المقابل العشري الجديد هو ذاته العدد الثنائي، وعليه نكتب: $(333)_8 \longleftrightarrow (11011011)_2$

ثانياً: التحويل أو الانتقال من الثنائي الى السداسي عشر.

الفكرة: لإجراء هذا التحويل نطبق القواعد السابقة، مع إختلاف مهم وهو إجراء عملية الفصل لكل أربع خانات.

ومنه نكتب ونستخرج معاً ما يلي:

11011011	→	0000	1101	1011	⇒	0	1101	1011
							13	11
		$(11011011)_2$	↔	$(1311)_{16}$				

ويستخدم الحروف الواجب تبديلها في التمثيل السابق يصبح لدينا ما يلي:

$$(11011011)_2 \longleftrightarrow \underline{(DB)_{16}}$$

وبهذه الطريقة السريعة تم عمليات الانتقال.

التحقق:

$$(11011011)_2 \rightarrow (1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^7)$$

$$1 + 2 + 0 + 8 + 16 + 0 + 64 + 128 = (219)_{10}$$

$$(333)_8 \rightarrow (3 \times 8^0 + 3 \times 8^1 + 3 \times 8^2) = 3 + 24 + 192 = (219)_{10}$$

$$(D B)_{16} \rightarrow (B \times 16^0 + D \times 16^1) = 11 + 208 = (219)_{10}$$

وهو المطلوب.

مثال محلول:

ما هو المائل في النظامين الثنائي والسادسي عشر للعدد الثنائي التالي:

(101101111)

الثاني:

101		101		111
-----	--	-----	--	-----

7 ← (111) المقابل العشري للعدد

5 ← (101) المقابل العشري للعدد

5 ← (101) المقابل العشري للعدد

ومنه: يصبح المائل الثاني: $(557)_8$

السادسي عشر:

0001		0110		1111
------	--	------	--	------

15 ← (1111) المقابل العشري للعدد أو (F) برموز السادسي عشر.

6 ← (0110) المقابل العشري للعدد

1 ← (0001) المقابل العشري للعدد

ومنه: يصبح المائل السادسي عشر: $(16 F)_{16}$

أمثلة غير محلولة:

١ - أوجد العدد الثنائي لكل من الأعداد العشرية التالية:

1550, 1900, 3030, 8888, 1982

٢ - أوجد العدد السداسي عشر لكل من الأعداد العشرية التالية:

1616, 3232, 116611, 611611

٣ - أكمل الفراغ ما بين القوسين:

$$(325)_{10} \longleftrightarrow (\dots)_8, (9998)_{10} \longleftrightarrow (\dots)_8$$

$$(1982)_{10} \longleftrightarrow (\dots)_{16}, (8570)_{10} \longleftrightarrow (\dots)_{16}$$

٤ - أوجد المائل في النظامين الثنائي والسداسي عشر للأعداد الثنائية التالية:

$$(1011110)_2, (11111)_2, (101010)_2$$

٥ - تحقق من المتادلة التالية:

$$(1111111)_2 \longleftrightarrow (377)_8 \longleftrightarrow (FF)_{16}$$

وذلك من خلال الإنتقال المباشر والإنتقال غير المباشر.



الذاكرة: Memory

الذاكرة هي عبارة عن حلقات^(١) معدنية متناهية في الصغر، دقيقة ومطلية بأكسيد الحديد المغناطيسي... ومن ظواهر هذه الحلقات الدقيقة المطلية التمثيط إذا مر التيار في كلا السلكين الدقيقين اللذين يمران بمركزها بشكل متعاود مع بعضهما.

وفي غالبية الحاسبات الالكترونية تبلغ الأقطار الداخلية لهذه الحلقات الصغيرة جداً أو النويات (Cores) حوالي: (0.3 mm) ويسمى السلكان الماران بالنوية: السلك السيني، والسلك الصادي أو العيني:

(X - wire , Y - wire)

وبسبب هذه التقنية في وضع السلكين تمكن صانعو الحاسبات الالكترونية من تحديد إحداثيات النوية المدروسة. ولقد تم تجهيز هذين السلكين بحيث لا تتمغنط النوية إلا إذا مر التيار في السلكين معاً. وهذا يعني أن مجموع الجهدين يساوي الواحد. (يتولد نصف جهد من مرور تيار في كل سلك).

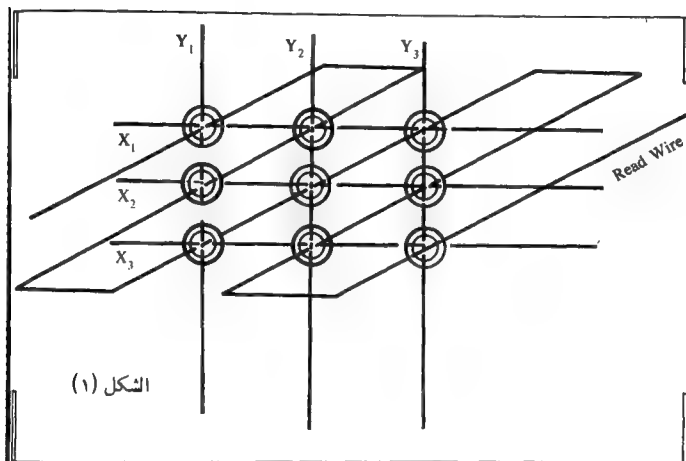
وفي كافة الأحوال أن المعلومات الداخلة الى الحاسبات الالكترونية تتحول فور قراءتها الى نبضات (Pulses) كهربائية سريعة تؤثر في الموقع المعرف بالاحداثيات الديكارتية*.

ولما كانت غالبية الحاسبات الالكترونية تستخدم الرقم الثنائي (Binary digit) لذا يفضل أن نصف وحدة المعلومات (Unit information) في هذه الحاسبات بمصطلح « البت »: Bit. وهذا المصطلح مشتق بشكل تركيبى من الحرف: الأول في كلمة (Binary) والحرفين الأخيرين في كلمة (digit).

(١) هناك اضطراب في الكتابات المرسة شأن المصطلح العربي المقابل لكلمة (core) فيمضمون يرى أنها حلقات صغيرة، والمض الثاني بصحها بالجزئية، وآخرون يفضلون « النوية ».

(*) كذا تعرف على الرغم من أن شكلها المعاصر هو من تطوير تلامذته..

ومن حيث احتمالات مكونات البتات (Bits) نجد أن احتمالات الأرقام في
 بتين اثنين (Two Bits) هي على النحو التالي: (00, 01, 10, 11)
 واحتمالات (n Bits) هي، بشكل عام: (2^n) .



تمثيل مبسط لأوضاع النويات والأسلاك.
 ملاحظة: إن السلك الثالث الذي يمر بكل النويات كما هو موضح إنما هو
 سلك الحاسبة أو ما يسمى سلك القراءة.



One - state



Zero - state

الشكل (٢)

يظهر من هذا التمثيل المبسط للإتجاهين: مع عقارب الساعة وضدها أنه في حالة التوافق تكون النوبة مضاءة وفي حالة التضاد مظفأة .
وحتى تم السيطرة على العمليات الالكترونية بشكل أفضل اضطر العلماء إلى تعريف جديد وتقنية جديدة .

فوضعوا مصطلح « طول الكلمة » : Word - length ، لضمان عدم الإضطراب في تمثيل الحروف والإشارات والأرقام في نويات الذاكرة - علماً بأن الحروف والإشارات كلها تمثل أيضاً بأرقام ثنائية ثم الاصطلاح عليها لا غير .

ومن هنا اتجهت الخبرات التقنية نحو تأليف : « مجموعة البتات » (Bit-groupings).

وعلى رغم إختلاف التقنيات في الحاسبات الالكترونية - وبالتالي إختلاف ما يعرف بطول الكلمة - إلا أن الغالب الأعم هو أن يكون طول الكلمة : (32 Bits).

ولقد تم تجهيز هذا الطول على شكل أقسام ، يحتوي كل قسم على ثمانية بتات :

(8 Bits)

ويسمى كل قسم من هذه الأقسام : البايت : (Byte) ومنه نكتب :

$$1 \text{ Byte} = 8 \text{ Bits}$$

ومنعاً لأي التباس في التوصيف تم الاتفاق الصناعي على أن يحتل الحرف الواحد أو الرقم العشري الواحد : « بايت كامل » .

ومنه نكتب:

كل حرف أو رقم عشري يتموضع في (Byte) كامل أو في ثمانية بتات (8-Bits).
أمثلة:

(١) ما هو تمثيل الأرقام التالية (1, 2, 3, 4)؟

(٢) ما هو تمثيل أو أسلوب تخزين العدد العشري التالي: (52335)؟






الحلول:

في المثال الأول نكتفي بوضع شكل واحد، ونستعين به لتوضيح الحلول.

ملاحظة (١) عدد البتات في الشكل المرافق هو ثمانية فقط أو بايت واحد.
لأن كل رقم، كما ذكرنا، يتموضع في بايت واحد - كامل.

ملاحظة (٢) بتحويل الأرقام العشرية إلى ثنائية نحصل على المتاتلات التالية:

$$\begin{array}{lcl} (1)_{10} & \longleftrightarrow & (1)_2 \\ (2)_{10} & \longleftrightarrow & (10)_2 \\ (3)_{10} & \longleftrightarrow & (11)_2 \\ (4)_{10} & \longleftrightarrow & (100)_2 \end{array}$$

	 2^7	 2^6	 2^5	 2^4	 2^3	 2^2	 2^1	 2^0	
$1 = N$	0	0	0	0	0	0	0	1	
$2 = N$	0	0	0	0	0	0	1	0	
$3 = N$	0	0	0	0	0	0	1	1	
$4 = N$	0	0	0	0	0	1	0	0	

سؤال موزّن من المثال: ما هو أسلوب تخزين الأرقام التالية للأربعة - حتى العشرة ٢٠٠٠ .

حل المثال الثاني:

إن المثال الثاني مؤلف من خمس خانات؛ إذن يكون مجموع البايتات بعدد الخانات...

ملاحظة: تعمدنا هنا وضع تمثيل مبسط غير التمثيل المستخدم في المثال الأول - لفرض التوضيح لا غير.

00000101	00000010	00000011	00000011	00000101
5	2	3	3	5

سؤال مولد:

ما هو أسلوب تخزين العدد العشري (2020)؟

احتمالات التمثيل:

في العادة تتكون العبارة المستخدمة في برنامج من حروف أو إشارات أو أرقام أو من مزيج مفهوم بينها.

وبشكل عام: إن عدد الأرقام عشرة « من الصفر الى التسعة ».

وعدد الحروف الأبجدية « ستة وعشرون حرفاً ».

وعدد الإشارات الخاصة « ستة عشر شكلاً - منها: +، -، ×، ÷، &، \$، ... ».

وهذا يؤلف لدينا « ٥٢ » تمثيلاً.

النظام العشري المرمّز ثنائياً: Binary Coded decimal System

(B.C.D)

وجدنا في السابق أن النظام الثنائي البحث (Pure Binary System) كان يقتضي تخصيص ثمانية بتات لأي رقم عشري أو حرف أبجدي. ولا بد أن يكون المتأمل في نتائج التخزين قد لاحظ «هدراً» ملموساً في أجزاء عديدة من النويات. ومن الممكن أن يعود القارئ الى المثال الثاني السابق حتى يستطلع بنفسه عدد النويات غير الموظفة. ولهذا اضطر العلماء إلى إعادة النظر في عدد الأقسام التي تؤلف الكلمة، وبدلاً من أن يضموا تعريفاً جديداً للبايت وبالتالي البتات المكونة له، اتفقوا على أن يعتبروا «نصف البايت» فقط هو الذي يمكن أن يشغله الحرف الواحد أو الرقم الواحد..

وهكذا نجد ما يلي:

في المثال الثاني شغل العدد العشري: (52335) خمسة بايتات أو:
($5 \times 8 = 40$ Bits) وفقاً للأسلوب البحث (P.B.S).

وأما في (B.C.D.S)، فإن كل رقم عشري يتموضع في أربعة بتات فقط أو في «نصف بايت» وهذا يعني أن العدد العشري المذكور سيشتغل في النظام الثنائي
المضغوط: $5 \times 4 = 20 \text{ Bits} = 2 \frac{1}{2} \text{ Byte}$

★ ★ ★ ★

أمثلة غير محلولة:

(١) ما هو أسلوب تخزين الأعداد العشرية التالية:

5050, 1212, 1111

(٢) ما هو أسلوب تخزين الأعداد الثنائية التالية:

101010101, 000111010, 1000000000

(٣) أوجد المائلات، في النظام السداسي عشر، للأعداد الثنائية التالية: ثم بين أساليب تخزينها:

1101101, 00101011, 111110

(٤) أوجد المائلات، في النظام الثنائي، للأعداد السداسية عشر والثمانية التالية:

(BD) , (FF) , (3F) , (102A) , (351) , (007)

(٥) ما هو أسلوب تخزين أعداد المثلث الثاني في نظام ؟(B.C.D).

عيوب النظام الثنائي:

لم يظهر نظام (B. C. D)، أو النظام العشري المرمز ثنائياً إلا بسبب شعور علماء الكمبيوتر بقسوة المحنة التي يعانونها من النظام الثنائي البحت (P.B)، على الرغم من أنه كان ولا يزال الحل الوحيد في علوم الكمبيوتر.

ولا شك في أن المصدر الرئيسي الذي تستند إليه هذه الأفضلية في إختياره يعود أولاً وأخيراً الى أنه الوحيد بين كافة الأنظمة الذي لا يحتاج في تمثيل الأرقام إلا الى رمزين وهما الصفر والواحد.

وهذا يعني بلغة الكمبيوتر: اما أن النوية مطفاة (صفر) أو مضاءة (واحد).

ولكن كيف يتم التخلص من المراتب العالية التي تظهر في هذا النظام.

فالعدد العشري (555) هو ثلاثي الخانات في النظام العشري، ويصبح في النظام الثنائي عدداً بعشرة مراتب.. أي أن سبع خانات قد أضيفت دفعة واحدة.. وهذا يتضح من التمثيل التالي:

العدد العشري	العدد الثنائي
555	1000101011
$512 = 2^9$	1000000000
$256 = 2^8$	100000000
$128 = 2^7$	10000000

وكان من الممكن أن نستنتج هذه الظاهرة من تمثيل المرتبتين: الأولى والثانية.

العدد العشري	العدد الثنائي
2	10
15	1111
47	101111

ومن الواضح أن هذا الازدياد في خانات التمثيل الثنائي ينطوي على عيوب
فنية تؤثر على الأعمال المحسوبة إلكترونياً.

إذ أن كل زيادة في المراتب أو الخانات يعني بالضرورة ما يلي:

(١) إشغال أكبر عدد من نويات الذاكرة - وهذا الوضع يعرض الذاكرة
لحالات « الطوفان ».

(٢) تقليل سرعة العمليات في الحاسبات الالكترونية.

وإذا كان نظام (P.C.D) قد حلّ جزئياً العيب الأول إلا أنه لم يستطع أن
ينهي كلياً على وجود المشكلة الرئيسية وهي « تضخم الخانات ».

ولهذا السبب ظهرت الأنظمة المساعدة (الثاني، السادس عشر...).

ولكن هذه الأنظمة المساعدة ليست كافية، فضلاً عن أنها تشتمل على تعقيد
واضح من خلال إستنادها على تشكيلات النظام الثنائي نفسه.

وهكذا ظل السؤال قائماً:

كيف يمكن السيطرة على الثنائي تحديداً، ولو من خلال التخلّص منه؟.

النظام الثلاثي المثني:

في النصف الثاني من الستينات كان العالم العربي السوري المهندس خير الدين
حتي يفكر - كغيره من علماء الرياضيات - بالحنة القاسية التي يتعرض لها
مبرمجو الحاسبات الالكترونية.

وكان يكفيه أن يقع على مدخل رياضي مهم حتى يشرع في بناء النظام
الأمثل للحاسبات.

وجاءت الفرصة في حدود عام ١٩٦٥ م حين كان يشتغل بلفز رياضي من
تلك الألفاظ النوعية أو المسائل المدهشة في تاريخ الالهام البشري.

اللغز:

وقع حجر يزن أربعين رطلاً على الأرض، فانكسر إلى أربعة أجزاء، وبعد معاينتها وجد أن هذه الأجزاء الأربعة تسمح بأن يزن المرء بها الأوزان الصحيحة التي تقع بين الرطل الواحد.. والأربعين رطلاً. فما هي الأوزان الحقيقية الصحيحة لهذه الأجزاء؟

□ وبعد اشتغاله، بحثاً عن الإجابة السليمة، إكشفت الأستاذ حقي أن هذه الأوزان الأربعة المجهولة هي على النحو التالي: (بالأرطال).

1, 3, 9, 27

وإذا إقترضا أننا نريد أن نزن بها قطعة مجهولة الوزن، بإستخدام ميزان ذي كفتين فماذا نجد؟

لنتصور الآن أننا نجحنا في إحداث توازن بين الكفتين، من خلال توزيع سليم للقطع المعلومة الوزن.

على سبيل المثال:

نضع القطعة المجهولة في الكفة اليسرى، وإلى جانبها قطعتان معلومتان هما (3,9). وكانت هذه القطع الثلاث في الكفة اليسرى متوازنة مع قطعتين معلومتين موضوعتين على الكفة اليمنى. هذا يعني أن حالة التوازن تقتضي كتابة المعادلة التالية:

$$\begin{array}{rcl} \text{الكفة اليسرى} & & \text{الكفة اليمنى} \\ \hline X + 3 + 9 & = & 1 + 27 \end{array}$$

$$X = 28 - 12$$

$$X = 16$$

إذن القطعة المجهولة تزن ستة عشر رطلاً.

وإذا أجرينا توازناً جديداً لقطعة مجهولة جديدة، وكان ناتج التوازن من الشكل:

<u>الكفة اليسرى</u>	<u>الكفة اليمنى</u>
---------------------	---------------------

$$X + 9 = 1 + 3 + 27$$

$$X = 31 - 9$$

$$X = 22$$

أي أنها تزن اثنين وعشرين رطلاً.. وهكذا دواليك.
 □□ وكان من الممكن أن يقف التفكير الرياضي العلمي بعد إنجاز الحل بالطريقة السابقة.

غير أن الأستاذ حقي إستشف في هذه المسألة قضية بالغة الخطورة، تتعلق بتلك المشكلة التي كان يعاني منها المستغلون بالحاسبات الالكترونية.

فبدأ تحليله لنتائج المسألة السابقة على هذا النحو:
 أولاً: للأوزان المكتشفة أو التي أصبحت معلومة أساس واحد وهو الثلاثة:

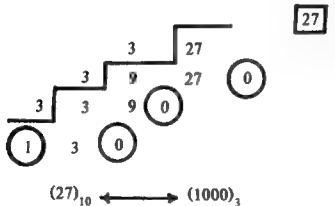
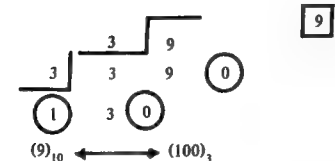
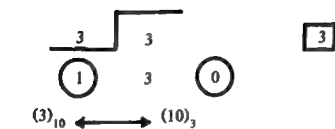
$$3^0 = 1$$

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 9$$

$$3^3 = 27$$

ثانياً: إذا أوجدنا تمثيلاً جديداً وفقاً للأساس (ثلاثة) وأجرينا الإستقلاق بالاعتماد عليه - كما جرت العادة في الأنظمة السابقة - نجد ما يلي:



العشري	الثلاثي
$3^0 = 1$	1
$3^1 = 3$	10
$3^2 = 9$	100
$3^3 = 27$	1000
$3^4 = 81$	10000
$3^5 = 243$	100000
$3^6 = 729$	1000000
$3^7 = 2187$	10000000
$3^8 = 6561$	100000000
$3^9 = 19683$	1000000000

ولنحاول أن نتذكر جيداً المغزى العميق الذي تتضمنه المسألة السابقة -
اللفظ.

فالمسألة تقول:

إن الأرقام (1, 3, 9, 27) العشرية أو (1, 10, 100, 1000) الثلاثية قادرة على تمثيل أي رقم بين الواحد والأربعين. أي أننا في النظام الثلاثي نستطيع أن نعبر عن كل الأرقام العشرية من الواحد إلى الأربعين بما لا يتعدى الأربع خانات فقط.

العشري	الثنائي	الثلاثي
$(1+3+9+27)=40$	101000	$1111=(1000+100+10+1)$
$(40)_{10}$	$\longleftrightarrow (101000)_2$	$\longleftrightarrow (1111)_3$

وبعد التأمل في المماثلة السابقة نجد أن أربع خانات في الثلاثي تقابلها ست خانات في الثنائي. وهذا يعني أن الثلاثي يحقق قفزة جديدة في القدرة على اختصار الخانات.

والآن.

لو قمنا بإجراء العمليات الحسابية الرئيسة على الأرقام الموجودة بين (3^0) و (3^1) وما عاثلها في الثلاثي: (1) و (1000) ، قاربا ذلك بما حصل عليه في التمثيل الساتى لوحدا السعة لصالح اللاتنى. أى أن هناك بعضا ملموساً في عدد الخانات.

ولنقارن ذلك بإجراء عملية الضرب:

الثلاثي	الثنائي	العشري
$1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 27 = 729$	$1 \cdot 11 \cdot 1001 \cdot 11011 = 1011011001$	$1 \cdot 10 \cdot 100 \cdot 1000 = 1000000$
(سبع حانات)	(عشر خانات)	(ثلاث خانات فقط)
تصور آخر:		

الثلاثي	الساتى	العشري
$\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot$	10000000000	$2^9 = 512$
10000000000	$\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot$	$3^9 = 19683$

من التصور الأخير نجد أن بإمكاننا تمثيل أي رقم عشري قبل العدد (19683) بما لا يتعدى عشر خانات في الثلاثي.

بينما لا يسمح الثنائي بذلك. فعشر خانات فيه لا تتعدى (512)

وهذا هو البرهان الأخير على قدرة الثلاثي في ضغط الخانات.

ولكننا الى الآن لجأنا الى الإستغفال بالقوى المتصاعدة للأساس ثلاثة. أي أن علينا أن نجد التمثيل الثلاثي لما بين هذه القوى المتصاعدة.. مثال ذلك: (5) - تقع بين (3¹) و (3²).

وبشكل عام نجد ما يلي:

	العشري	الثلاثي							
$3^0 =$	1	1							
	2	2							
$3^1 =$	3	10	□ مكونات هذا النظام:						
	4	11	(0, 1, 2)						
	5	12							
	6	20	□ والمتمم يؤخذ على						
	7	21	النحو التالي:						
	8	22	<table> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </table>	0	1	2	2	1	0
0	1	2							
2	1	0							
$3^2 =$	9	100							
	10	101							

وبما أن هناك إحتمالين وحيدين يمكن قبولهما في العمليات المحوسبة الكترونياً - حيث النوية إما مطفأة أو مضاءة - لذا ينبغي التخلص من الرقم (2) الذي يدخل في مكونات النظام الثلاثي.

ولنأخذ على سبيل المثال التمثيل الثلاثي للرقم خمسة:

$$(5)_{10} \longleftrightarrow (12)_3$$

ومن الممكن كتابة الخمسة على النحو التالي (يستخدم الأساس (3) والقوى التصاعديّة فقط:

$$5 = (3^2 - 3^1 - 3^0)$$

وفي التمثيل الثلاثي:

$$(5)_{10} \longleftrightarrow (100 - 10 - 1)$$

وهذا يعني أن الرقم (100) موجب و (10) و (1) سالبان. ولكن لماذا لا نكتب الصيغة السابقة بطريقة جديدة:

إن الخانة الثالثة _____ موجبة

والخانة الثانية _____ سالبة

والخانة الأولى _____ سالبة

وهذه الصيغة تعطينا ما يلي:

$$(5)_{10} \longleftrightarrow (\bar{1} \bar{1} \bar{1})_{3, 2}$$

والجهة اليمنى تعني تمثيلاً جديداً وهو الثلاثي المثنى.

وبشكل عام يمكن دائماً إبدال الرقم (2) الذي يظهر في مكونات التمثيل الثلاثي كما يلي:

$$(2)_3 \longleftrightarrow (3^1 - 3^0)$$

$$(10 - 1)$$

$$(2)_3 \longleftrightarrow (\bar{1} \bar{1})_{3, 2}$$

وبطريقة مشابهة يمكن إستنتاج مقابل (2 -)

$$\left. \begin{array}{l} -2 = 3^0 - 3^1 \\ = 1 - 10 \end{array} \right\} \longrightarrow (-2)_3 \rightarrow (\bar{1}\bar{1})_{3,2}$$

وكذلك يمكن إستنتاج القاعدة التالية:

$$\boxed{\bar{1}\bar{1} + \bar{1}1 = 0}$$

الانتقال من الثلاثي إلى الثلاثي المثنى:

في الحالة التي لا يدخل فيها الرقم (2) في مكونات العدد الثلاثي يعتبر هذا العدد نفسه هو العدد الثلاثي المثنى.

وفي حالة دخول الرقم (2) في مكونات العدد الثلاثي نقوم بإبداله بما يساويه ، أي: (1 $\bar{1}$).

مثال: بعد اشتقاق العدد (17) استناداً على الأساس ثلاثة نحصل على المتائلة

التالية:

$$(17)_{10} \longleftrightarrow (122)_3$$

الحل:

الثلاثي المثنى	الثلاثي
<u>110</u>	<u>100</u>
110	020
011	002
<u>1101</u>	<u>122</u>

$$(\bar{1}\bar{1}0\bar{1})_{3,2} \longleftrightarrow (122)_3$$

وللتأكد من صحة المتائلة تقوم بعملية الإرجاع، علماً بأن الأساس هو الثلاثة نفسها.

$$(122)_3 \longleftrightarrow (2 \times 3^0 + 2 \times 3^1 + 1 \times 3^2)$$

$$2 + 6 + 9 = 17$$

$$(1\bar{1}0\bar{1}) \longleftrightarrow (\bar{1} \times 3^0 + 0 \times 3^1 + \bar{1} \times 3^2 + 1 \times 3^3)$$

$$-1 \times 1 + 0 - 1 \times 9 + 27 = +\underline{\underline{17}}$$

وهو المطلوب.

أمثلة محلولة:

$$(19)_{10} \longleftrightarrow (201)_3 \longleftrightarrow (?)_{3,2} \quad (١)$$

$$(20)_{10} \longleftrightarrow (202)_3 \longleftrightarrow (?)_{3,2} \quad (٢)$$

$$(21)_{10} \longleftrightarrow (210)_3 \longleftrightarrow (?)_{3,2} \quad (٣)$$

الثلاثي المتني

الثلاثي

1 $\bar{1}$ 00

200

(١)

0000

000

0001

1

1 $\bar{1}$ 01

201

(1 $\bar{1}$ 01)_{١,٢}

(201)₃

1 $\bar{1}$ 00

200

(٢)

0000

000

001 $\bar{1}$

002

1 $\bar{1}$ 11

202

(1 $\bar{1}$ 11)_{١,٢}

(202)₃

1100		200	(٣)
0010		010	
0000		000	
1110		210	
(1110) _{3,2}	\longleftrightarrow	(210) ₃	

التحقق :

$$(201)_3 \longrightarrow (1 \times 3^0 + 0 \times 3^1 + 2 \times 3^2) \quad (١)$$

$$= 1 + 0 + 18 = 19$$

$$(1\bar{1}01)_{3,2} \longrightarrow (1 \times 3^0 + 0 \times 3^1 - 1 \times 3^2 + 1 \times 3^3)$$

$$= 1 + 0 - 9 + 27 = 19$$

$$(202)_3 \longrightarrow (2 \times 3^0 + 0 \times 3^1 + 2 \times 3^2) \quad (٢)$$

$$= 2 + 0 + 18 = 20$$

$$(1\bar{1}\bar{1}1)_{3,2} \longrightarrow (-1 \times 3^0 + 1 \times 3^1 - 1 \times 3^2 + 1 \times 3^3)$$

$$= -1 + 3 - 9 + 27 = 20$$

$$(210)_3 \longrightarrow (0 \times 3^0 + 1 \times 3^1 + 2 \times 3^2) \quad (٣)$$

$$= 0 + 3 + 18 = 21$$

$$(1\bar{1}10)_{3,2} \longrightarrow (0 \times 3^0 + 1 \times 3^1 - 1 \times 3^2 + 1 \times 3^3)$$

$$= 0 + 3 - 9 + 27 = 21$$

العشري	الثلاثي	الثلاثي المثنى
19	201	1 $\bar{1}$ 01
20	202	1 $\bar{1}$ 1 $\bar{1}$
21	210	1 $\bar{1}$ 10
22	211	1 $\bar{1}$ 11
23	212	10 $\bar{1}$ $\bar{1}$
24	220	10 $\bar{1}$ 0
25	221	10 $\bar{1}$ 1
26	222	100 $\bar{1}$
27	1000	1000

العمليات الحسابية:

الجمع:

$$15 + 22 = 37$$

$$1\bar{1}\bar{1}0 + 1\bar{1}11 = ?$$

$$\begin{array}{r} 1\bar{1}11 \\ 1\bar{1}\bar{1}0 + \\ \hline 1101 \end{array}$$

يلاحظ في عملية الجمع هذه أننا احتجنا إلى جمع الأعداد السالبة: (٦) + (٦) تساوي (٢-) أو (٦١).

②

$$34 + 11 = 45$$

$$11\bar{1}1 + 11\bar{1}1 = 1\bar{1}\bar{1}00$$

ومن الممكن التحقق من أن المتأثلة السابقة صحيحة.

$$(45)_{10} \longleftrightarrow (1\bar{1}\bar{1}00)_{3,2}$$

الطرح: تم أيضاً وفقاً لطريقة المتمم الحسابي، ويؤخذ المتمم كالتالي:

الأصل	+1	0	-1
التمم	-1	0	+1

$$\begin{array}{r}
 1\bar{1}11 \\
 \bar{1}110 \\
 \hline
 01\bar{1}1 \\
 0 \\
 \hline
 1\bar{1}1
 \end{array}$$

مثال: $22 - 15 = 7$

$$1\bar{1}11 - 1\bar{1}\bar{1}0 = ?$$

تمم $(1\bar{1}\bar{1}0)$ هو $(\bar{1}110)$.

التحقق:

$$(1\bar{1}1) \longleftrightarrow (1 \times 3^0 - 1 \times 3^1 + 1 \times 3^2)$$

$$1 - 3 + 9 = +7$$

وهو المطلوب.

ملاحظة: كان من الممكن إجراء عملية الطرح بضرب (-) في المطروح فيصبح $(\bar{1}110)$ وبالتالي نستكمل عملية الجمع كأننا استخرجنا التمم الحسابي للمطروح نفسه.

ولا ينبغي أن يفوت على المرء الانتباه إلى أننا في آخر مرحلة لم نعمل أي شيء، فترحيل أقصى رقم إلى اليسار ثم جمعه مع آخر رقم في أقصى اليمين، ليس مجدياً في المثال السابق، لأن الرقم المرحّل كان يساوي الصفر. وسنرى كيف يتجاوز هذا النظام الجديد كل عمليات التمم الحسابي.

$$\begin{array}{r}
 11\bar{1}1 \\
 0\bar{1}\bar{1}1 - \\
 \hline
 10\bar{1}1 \\
 \text{ح 1} \\
 \hline
 \bar{1}0
 \end{array}$$

$$34 - 11 = 23$$

$$11\bar{1}1 - 11\bar{1} = ?$$

تمم $(0\bar{1}\bar{1}1)$ هو $(11\bar{1})$

بعد إجراء عمليات المتمم الحسابي نجد أن النتيجة هي $(\bar{1}0)$. ومن الواضح أن هذه النتيجة لا معنى لها كجواب، لأننا لو أجرينا عليها عملية الإرجاع لوجدنا $(\bar{1}0)$ تساوي (-3) . ولكن لو أخذ المطروح $(11\bar{1})$ وضربناه بـ $(1-)$ لأصبح $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ والآن لنجمع المطروح منه مع المطروح الجديد.
والماتلة التالية صحيحة:

$$\begin{array}{r} \text{المطروح منه} \quad 11\bar{1}1 \\ \text{المطروح « الجديد »} \quad \overline{0\bar{1}\bar{1}1} \quad (+) \\ \hline 10\bar{1}\bar{1} \end{array} \quad (10\bar{1}\bar{1})_{3,2} \longleftrightarrow (23)_{10}$$

$$(10\bar{1}\bar{1}) \longrightarrow (-1 \times 3^0 - 1 \times 3^1 + 0 \times 3^2 + 1 \times 3^3)$$

$$-1 - 3 + 0 + 27 = 23$$

وهو المطلوب.

$$32 - 25 = 7$$

مثال ثالث:

$$11\bar{1}\bar{1}\bar{1} - 10\bar{1}1 = ?$$

مباشرة نكتب ما يلي: (بعد تغيير إشارات المطروح)

$$\begin{array}{r} 11\bar{1}\bar{1}\bar{1} \\ \overline{10111} + \\ \hline 01\bar{1}1 \end{array} \quad (1\bar{1}1)_{3,2} \longleftrightarrow (7)_{10}$$

$$111\bar{1}$$

$$38 - 14 = 24$$

مثال رابع:

$$\begin{array}{r} \bar{1}111 + \\ \hline 10\bar{1}0 \end{array}$$

$$111\bar{1} - 1\bar{1}\bar{1}\bar{1}\bar{1} = ?$$

ومنه:

$$111\bar{1} + \bar{1}111 = 10\bar{1}0$$

التحقق :

$$(10\bar{1}0) = (0 \times 3^0 + \bar{1} \times 3^1 + 0 \times 3^2 + 1 \times 3^3)$$

$$0 - 3 + 0 + 27 = 24$$

وهو المطلوب .

ملاحظة: من الأمثلة السابقة نجد أن النظام الثلاثي المثنى يتفوق على الأنظمة السابقة في عملية الطرح .

وتجدر الإشارة هنا إلى أن عدم مرور النظام الثلاثي المثنى بطريقة المتمم الحسابي في عملية الطرح لا يشكل الاستثناء الوحيد في استخدامات طريقة المتمم . فحتى في الحالات السابقة كلها لم يكن باستطاعتنا إجراء عملية الطرح بطريقة المتمم في حالة تساوي المطروح مع المطروح منه .

مثال: في النظام الثنائي ينبغي أن تكون النتيجة التالية مساوية للصفر .

$$10101 - 10101 = 0$$

ولكن ؟

ماذا لو طبقنا طريقة المتمم ؟

إن متمم (10101) هو (01010)

* بعد إجراء العملية نجد أن الجواب غير صحيح لأن المائلة غير صحيحة على الإطلاق .

$$\begin{array}{r} 10101 \\ 01010 \\ \hline 11111 \\ 1 \\ \hline 10000 \end{array}$$

$$(10000)_2 \longleftrightarrow (0)_{10}$$

وبالارجاع نجد أن الجواب يساوي (2⁴) أي (16) وكان ينبغي أن يساوي

الصفر .

وبشكل عام نقول عن المتمم الحسابي ما يلي:

(١) لا يستخدم إذا كان المطروح يساوي المطروح منه.

(٢) يستعاض عن طريقته في النظام الثلاثي المثنى بتبديل إشارات المطروح.

١	الضرب: ١
$\begin{array}{r} 10\bar{1} \\ 1\bar{1}\bar{1} \\ \hline \bar{1}01 \\ \bar{1}010 \\ 10\bar{1}00 \\ \hline 01111 \end{array}$	$8 \times 5 = 40$ $10\bar{1} \times 1\bar{1}\bar{1} = ?$ $(1111) \iff (1 \times 3^0 + 1 \times 3^1 + 1 \times 3^2 + 1 \times 3^3)$ $1 + 3 + 9 + 27 = 40$ <p>وهو المطلوب.</p>
٢	٢
$\begin{array}{r} 1\bar{1}\bar{1}\bar{1} \\ 1\bar{1}\bar{1} \\ \hline \bar{1}111 \\ \bar{1}1110 \\ 1\bar{1}\bar{1}100 \\ \hline 010\bar{1}\bar{1}1 \end{array}$	$14 \times 5 = 70$ $1\bar{1}\bar{1}\bar{1} \times 1\bar{1}\bar{1} = ?$ $(10\bar{1}\bar{1}1)_{3,2} \longleftrightarrow (70)_{10}$

ويمكن تطبيق طريقة الإرجاع لفرض التحقق.

القسم:

لا تختلف عملية القسم في النظام الثلاثي المثنى عن تلك التي كانت تجري في الأنظمة الأخرى. ولنفترض أن لدينا العملية التالية:

$$10\bar{1}\bar{1}1 \div 1\bar{1}\bar{1}\bar{1} = ?$$

أولاً: بالمقارنة بين المقوم $(10\bar{1}\bar{1}1)$ والمقسوم عليه $(1\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ نجد أن الأول أكبر

من الثاني - من خلال التأمل في المراتب وقيمتها من غير إجراء عملية الإرجاع.

ثانياً: يتحول الطرح في العمليات الجزئية للقسم إلى عملية تبديل إشارات فقط ، وبعد ذلك تستكمل عملية الجمع .

مثال:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 10\overline{111} \\
 \underline{+ + +} \\
 1111
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \overline{1111} \\
 \hline
 1
 \end{array}
 \end{array}$$

01001

ملاحظة: نلاحظ أن الباقي وهو (1001) أكبر من المقسوم عليه ($\overline{1111}$). ومن ناحية رياضية يمكن تحليل العدد الباقي وهو (1001) والعدد المقسوم عليه ($\overline{1111}$) كما يلي:

بمقارنة العددين السابقين نجد أن أقصى رقم إلى اليسار في كلا العددين هو من المرتبة الثالثة - أي (3^3). وفي حين ينخفض العدد المقسوم عليه بمقدار المراتب السالبة نجد أن العدد الباقي يحافظ على قيمته وهي (27) مضافاً إليها الواحد.

وهكذا من غير إجراء عملية «إرجاع» نقول بالتأمل الخاطف أن «الباقي» أكبر من «المقسوم عليه».

وعلى الرغم من أن مثل هذه النتيجة في القسمة العشرية العادية تفترض إعادة النظر في ناتج القسمة إلا أن بإمكاننا أن نتابع آخذين بعين الاعتبار عدم تداخل مراتب «ناتج القسمة». وهذا يعني أن نستكمل عملية القسمة ونضع عامل القسمة الجزئية الثانية تحت العامل الأول المستخرج من عملية القسمة الجزئية الأولى (وهو الواحد في المثال).

$10\bar{1}\bar{1}1$	$1\bar{1}\bar{1}\bar{1}$
$\begin{array}{r} + + + + \\ 1111 \\ \hline 01001 \\ \hline + + + + \\ 1111 \\ \hline 1\bar{1}\bar{1}\bar{1} \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \end{array}$

القسم الجزئية الأولى } تغيير الإشارات

القسم الجزئية الثانية }

ومن ناتج القسم الجزئية الثانية نجد أن الباقي يساوي $(1\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ ، وهذا الباقي يساوي بدوره العدد المقسوم عليه.

وفي هذه الحالة نحري جمع العاملين السابقين ونستكمل القسم الجزئية الثالثة (مع الأخذ بعين الاعتبار ما يجري عادة في القسم العشرية).

$10\bar{1}\bar{1}1$	$1\bar{1}\bar{1}\bar{1}$	
$\begin{array}{r} + + + + \\ 1111 \\ \hline 01001 \\ \hline + + + + \\ 1111 \\ \hline 1\bar{1}\bar{1}\bar{1} \\ \hline + + + + \\ 1111 \\ \hline 0000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ \hline 1\bar{1} \\ 1 \\ \hline 1\bar{1}\bar{1} \end{array}$	عامل القسم الجزئية الأولى
		عامل القسم الجزئية الثانية
		مجموع العاملين
		عامل القسم الجزئية الثالثة
		ناتج القسم الكلية

التحقق :

$$(1) \quad (10\bar{1}\bar{1}1)_{3,2} \longleftrightarrow (1 \times 3^0 - 1 \times 3^1 - 1 \times 3^2 + 0 \times 3^3 + 1 \times 3^4) \\ = 1 - 3 - 9 + 0 + 18 = 82 - 12$$

$$(10\bar{1}\bar{1}1)_{3,2} \longleftrightarrow (70)_{10} \\ (2) \quad (1\bar{1}\bar{1}\bar{1})_{3,2} \longleftrightarrow (-1 \times 3^0 - 1 \times 3^1 - 1 \times 3^2 + 1 \times 3^3) \\ = -1 - 3 - 9 + 27 = 27 - 13 \\ = 14$$

$$(3) \quad (1\bar{1}\bar{1}) \longleftrightarrow (-1 \times 3^0 - 1 \times 3^1 + 1 \times 3^2) \\ = -1 - 3 + 9 = 9 - 4 \\ = 5$$



ولما كان :

$$70 \div 14 = 5$$

إذن عملية القسمة صحيحة أي :

$$10\bar{1}\bar{1}1 \div 1\bar{1}\bar{1}\bar{1} = 1\bar{1}\bar{1}$$

وباتباع الخطوات السابقة يمكن أيضاً البرهنة على صحة القسمة التالية :

$$1\bar{1}\bar{1}01 \div 10\bar{1}\bar{1} = 1\bar{1}\bar{1}$$

وكذلك يمكن البرهان على ما يلي :

$$1\bar{1}01\bar{1}1000\bar{1} \div 100\bar{1}1\bar{1} = 1\bar{1}011$$

مع الأخذ بعين الاعتبار تلك الملاحظة التي أوردناها سابقاً والتي تقضي بالتأمل في خانات المقسوم والمقسوم عليه .

فالمقسوم عليه وهو هنا $(100\bar{1}1\bar{1})$ يتكون من ست خانات .

فإذا قارنا بين مكونات هذه الخانات الست ومكونات (أو قيم) الخانات الست التي ينبغي أن نبدأ بها عملية القسمة لوجدنا ما يلي:

$$\begin{array}{rcl} \text{قيم خانات المقسوم} & > & \text{قيم خانات المقسوم عليه} \\ \text{وهذا يعني أن:} & & \end{array}$$

$$100\bar{1}\bar{1}\bar{1} > 1\bar{1}01\bar{1}\bar{1}$$

ففي حين انعدمت القيمة في الخاتين الخامسة والرابعة من المقسوم عليه نجد الخانة الخامسة في المقسوم سالبة. وهذا يعني أن المقسوم أقل قيمة من المقسوم عليه، الأمر الذي يقتضي إجراء مشابهاً لذلك الذي عهدناه في القسمة العشرية ولإحداث القسمة هنا ينبغي أن نجربها على سبع خانات دفعة واحدة من المقسوم بمقابل ست خانات من المقسوم عليه.

x x x

وهنا يفترضنا من الناحية الفنية سؤال وجيه:

كيف يمكن تمثيل هذا «الواحد السالب»؟

في حديثنا الموجز عن مكونات العدد الثنائي ذكرنا أنه يتألف من (الواحد) و(الصفر) فقط، لأن هذا يطابق الحالتين المنطقتين (نعم) أو (لا) ويتأشى تقنياً مع الدارات الكهربائية في الكمبيوتر.

وعلى مستوى ذاكرة الحاسب إما أن تكون الخلية مطفأة أو مضاءة، وهذا يعني أن كل العمليات المنطقية والحسابية خاضعة للحالتين المذكورتين لا غير.

ومن الناحية التقنية لا يمكن استخدام النظام الثلاثي المثني في الحاسبات الإلكترونية الحالية. فهذه الحاسبات، كما هو معلوم، مصممة وفق المنطق الثنائي

- أو جبر بول: Boolean Algebra.

وحسب مكونات النظام الجديد، وهي (1,0,-1)، ينبغي إجراء تعديلات تقنية في الحاسبات الإلكترونية المستخدمة حالياً بحيث تستجيب للمنطق الثلاثي الذي يتأسس عليه هذا النظام.

وفي بحثه « طريقة جديدة للآلات الحاسبة الإلكترونية » أفرد العالم العربي السوري خير الدين حتي مئة وسبع عشرة صفحة لعرض أولياته ونتائج وتطبيقاته التقنية والتي انتهى فيها إلى النتيجتين التاليتين:

أولاً: تحديد مقدمات المنطق الثلاثي وفق المعادلات الرياضية التي صاغها المرجع العربي الكبير في « جبر بول » العلامة خالد الماغوط* .
 وثانياً: وَضَعَ تصوراً تقنياً للجهاز المعدل، وظائفه ومخططاته ومكوناته، كما يتضح في البحث المذكور.

وعلى الرغم من أن الباحث قد لمس بنفسه بعض الصعوبات التقنية - ولا أقول الميوب - إلا أن المشكلة التي يبدو أنه ظل يعاني منها منذ عام ١٩٦٧ إلى يوم الناس هذا تتجلى في غياب الفعل العربي الرسمي لإذابة معضلات البحث العلمي.

وعند هذه النقطة لا يسعنا إلا أن نقول:

لقد كان تأسيس الخوارزمي للنظام العشري نهاية لعصور من الإضطرابات الرياضية الحاسية وبداية لعصر عربي عبقرى في الرياضيات، وتتمنى أن يكون النظام الثلاثي المثني بشارة ووعداً بمصر علمي جديد يقف فيه العرب على مستوى المشارك في التاريخ المعاصر لحضارة الإنسان.



(*) عن معادلات العلامة ماغوط راجع من صفحة (٨٠) إلى صفحة (٨٦). وللوقوف على مخططات وشروح العلامة حتي للجهاز المعدل راجع من صفحة (١٠٠) إلى صفحة (١٤٨) - بحوث أسبوع العلم الثامن، الكتاب الثاني - عام ١٩٦٧ (دمشق).

الباب الثاني

بناء أنظمة العد وتعميم حالاتها

□ يستطيع التأمل في أنظمة العد، بمهديها القديم والحديث، أن يستخرج بنفسه الملاحظات التالية:

أولاً: إحتاج الإنسان قبل ظهور عصر الخوارزمي إلى أكثر من ألفي عام لكي يضع لنفسه رموزاً أو حروفاً رقمية في الحدود التي بلغت آفاقه وتطبيقاته العملية.

ولذلك برزت أمامنا مدونات رقمية لا تتخطى عدة ملايين. وعلى وجه الخصوص المدونات اليونانية والرومانية؛ بإعتبارها آخر المهود القديمة.

ثانياً: بظهور عصر الخوارزمي خط الإنسان خطوات واسعة رصينة بإتجاه « النظام الواحد ».

فأمام « التعدد » الذي لسناء في مختلف أنظمة العد العالمية والإنتقطاع الحضاري شبه التام بين تجارب الشعوب الإنسانية، جاء النظام العشري « ليصبح قاعدة » أساسية توحد أفكار الإنسان الحسية، بصرف النظر عن وطنه أو جنسه أو لفته..

ومن الناحية الفلسفية فتح نظام الخوارزمي نافذة كونية في الأفق
الإنساني لها قابلية نقل التأثيرات المتبادلة بين مختلف بني البشر.
ثالثاً: وعلى الرغم من ظهور أنظمة عددية أخرى غير «النظام الخوارزمي»
وخاصة في القرنين الأخيرين - إلا أن نظام الخوارزمي هو مرجعها الأول
والأخير - كما لاحظناه في أنظمة العد التالية: الثنائي، والثلاثي،
والسداسي عشر، والثلاثي المئتي.

رابعاً: وكما مر معنا إحتاج الإنسان الى عصور لكي يتوصل الى نظام عددي
رصين.. غير أن المسألة «البنائية» لم تعد مشكلة في هذا العصر، بل
ولا تحتاج إلى كل هذه العصور الطويلة.

وبإمكان أي إنسان أن يبني لنفسه «نظاماً خاصاً به» - ربما لغرض
الإكتشاف العلمي، أو لذلك الغرض الذي يدفع بعضهم إلى التهرب من
الضرائب وإخفاء الحسابات الحقيقية في الدفاتر السنوية. ولكن:
□ كيف يُبنى النظام العددي؟

نفترض أن لدينا مسألة أو قضية لها المعطيات الكافية التالية:

- حين دخل الطفل (سين) إلى المدرسة كان عمره عشر سنوات. وبعد استمراره في
المدرسة لمدة اثنين وعشرين سنة قبل في كلية جامعية - أي أن عمره حين دخل
الجامعة (٣٢) سنة . وتخرج في الكلية عن عمر يبلغ (٤١) سنة . وتزوج
عن عمر مئة (١٠٠) سنة . وتوفي وهو في العمر (٢٤٠) سنة ..

□ وحتى ندرك الكيفية التي تؤسس عليها الأنظمة العددية لنحاول أولاً أن
نستخرج النظام العددي «المتضمن» في المسألة السابقة.

وفي كل محاولات الإستخراج لا بد من ملاحظة أمرين أساسيين:

أولهما: معطيات المسألة.

ثانيهما: نتائج «الإرجاع» النظري الذي نقوم به؛ بالمقارنة بين منطق أعداد
النظام المجهول أو معطياته ومنطق ما يقابل ذلك من النظام العشري.

فالنطق البشري المعاصر يدلنا على إستحالة وقوع الوفاة في العمر (٢٤٠) سنة.

إذن.

لا بد من البحث عن «وحدة» رقمية منطقية تنفذ بنا «من» العمر الذي دخله الطفل في المدرسة «إلى» ذلك العمر الذي توفاه الله فيه. ولكن.

ما هي هذه «الوحدة»؟

هل كل عشر سنوات لدينا تقابل سنة أو.. (ص) لديه؟. هل كل خمس سنوات لدينا هي عشر في النظام المجهول؟. هل الحقيقة أقل أم أكثر؟.

واضح أن المناقشة تنطلق بالدرجة الأولى من إمكانية «ضغط» عمر الوفاة الغريبة جداً في نظامنا الخوارزمي.

وباستعادة بسيطة لمعطيات النظام العشري في المسائل الماثلة نجد «الخمسة» وحدة رقمية معقولة.. ففي حياتنا المعاصرة يدخل الطفل المدرسة في الخامسة أو أكثر قليلاً.. أو كذلك أقل قليلاً..

ولنجرب «الخمسة» أولاً..

□ كل «عشر سنوات» في النظام المجهول هي عبارة عن «خمس سنوات» في نظامنا... وبدون أجزاء.

□ وكل «٢٢» سنة هي عبارة عن (٢ × ٥) سنة، بالإضافة إلى جزئين. وهكذا دواليك حتى نصل الى عمر الوفاة.

وهذه هي النتائج مدونة في الجدول التالي:

المعطيات	الوحدات	الأجزاء
١٠	٥	صفر
٢٢	٢×٥	جزءان
٣٢	٣×٥	جزءان
٤١	٤×٥	جزء واحد
١٠٠	٥×٥	صفر
٢٤٠	١٤×٥	صفر

وهكذا نجد أنه كان من المنطقي أن نعامل « الخمسة » كمشرة تماماً.
ولكن.

هل صحيح أن $(٧٠ = ١٤ \times ٥)$ سنة في النظام العشري تقابل (٢٤٠) سنة في النظام المجهول؟

□□ لقد كان بإمكاننا أن نلجأ إلى طريقة « الإرجاع » المشروحة في الفصل الثاني من الكتاب، ونعتبر « أساساً » موحداً للقيم السنوية المعطاة.

وحيث أن « الخمسة » هي المفترضة - وهي التي بدورها أيضاً قادتنا إلى نتائج منطقية كأن يموت الشخص في السبعين مثلاً، لنستكمل عملية اختبار النظام الخماسي.

وإستناداً إلى طريقة الإرجاع نكتب ما يلي:

$$٢٥ \times ٢ + ١٥ \times ٤ + ١٥ \times ٠ = ٥(٢٤٠)$$

$$\underline{\underline{٧٠}} = ٥٠ + ٢٠ + ٠ = \text{سنة.}$$

وحسب طريقة الإشتقاق التي سبق شرحها في الباب الأول من الفصل الثاني أيضاً، يمكن البرهان على أن (٧٠) في النظام العشري تقابل (٢٤٠) في الخماسي.

والآن. لتوقف عند هذا السؤال:

لماذا اخترنا النظام الخماسي؟.

حتى ندرك أهمية إقتراضنا وإختيارنا لتجرب أساساً آخر غير « الخمسة »..
ولتكن « السبعة » مثلاً.

وحسب طريقة الإرجاع نكتب ما يلي:

$$٢٧ \times ٢ + ١٧ \times ٤ + ٧ \times ٠ = \sqrt{(٢٤٠)}$$

$$\underline{١٢٦} = ٩٨ + ٢٨ + ٠ = \text{صفر}$$

وهكذا نجد أن الأساس الجديد - أي سبعة - يفضي بنا إلى عمر وفاة قدرها (١٢٦) سنة. وهو عمر بعيد عن المنطق المتداول. ولذلك فإن إختيارنا للنظام الخماسي كان مقولاً جداً.
ولكن.

ما هو هذا الخماسي؟. وما هي مكُوناته؟.

النظام الخماسي هو عبارة عن نظام عددي جديد أساسه « الخمسة »،
ومكوناته هي: (الصفر، والواحد، والإثنان، والثلاثة، والأربعة).

والعدد الخماسي (١٠٠٠٠) هو عبارة عن (٦٢٥) في النظام العشري ودليل
ذلك مائل في عملية الإرجاع.

وبصورة عامة يمكن البرهان على أي نظام جديد وفق الأنساق السابقة.
وكذلك يمكن البرهان على صحة الجدول التالي:

« جدول أسس ومكونات الأنظمة العددية »

النظام	الأساس	مكونات النظام
الثنائي	٢ *	١٠٠
الثلاثي	٣	٢٠ ١٠٠
الثلاثي المثنى	٣	١- ٠٠ ١+
الرابعي	٤	٣٠ ٢٠ ١٠٠
الخماسي	٥	٤٠ ٣٠ ٢٠ ١٠٠
السداسي	٦	٥٠ ٤٠ ٣٠ ٢٠ ١٠٠
السباعي	٧	٦٠ ٥٠ ٤٠ ٣٠ ٢٠ ١٠٠
الثماني	٨ *	٧٠ ٦٠ ٥٠ ٤٠ ٣٠ ٢٠ ١٠٠
التساعي	٩	٨٠ ٧٠ ٦٠ ٥٠ ٤٠ ٣٠ ٢٠ ١٠٠
العشري	١٠	٩٠ ٨٠ ٧٠ ٦٠ ٥٠ ٤٠ ٣٠ ٢٠ ١٠٠
الأحادي عشر	١١	١٠٠ ٩٠ ٨٠ ٧٠ ٦٠ ٥٠ ٤٠ ٣٠ ٢٠ ١٠٠
الثنائي عشر	١٢	١١٠ ١٠٠ ٩٠ ٨٠ ٧٠ ٦٠ ٥٠ ٤٠ ٣٠ ٢٠ ١٠٠
الثلاثي عشر	١٣	١٢٠ ١١٠ ١٠٠ ٩٠ ٨٠ ٧٠ ٦٠ ٥٠ ٤٠ ٣٠ ٢٠ ١٠٠
الرابعي عشر	١٤	١٣٠ ١٢٠ ١١٠ ١٠٠ ٩٠ ٨٠ ٧٠ ٦٠ ٥٠ ٤٠ ٣٠ ٢٠ ١٠٠
الخماسي عشر	١٥	١٤٠ ١٣٠ ١٢٠ ١١٠ ١٠٠ ٩٠ ٨٠ ٧٠ ٦٠ ٥٠ ٤٠ ٣٠ ٢٠ ١٠٠
السداسي عشر	١٦	١٥٠ ١٤٠ ١٣٠ ١٢٠ ١١٠ ١٠٠ ٩٠ ٨٠ ٧٠ ٦٠ ٥٠ ٤٠ ٣٠ ٢٠ ١٠٠ (F, E, D, C, B, A)

ووفقاً للجدول السابق يمكن بناء أي نظام عددي وتحديد «أساسه»، وإشتقاق مكوناته.

وهذه المكونات - كما سبق شرحها - هي عبارة عن البواقي التي تظهر أمامنا في كل عمليات القسمة.

ولنحاول الآن ترسيخ الأفكار المدونة سابقاً من خلال الأمثلة التطبيقية التالية:

(١) أوجد المقابل العددي التالي:

$$(234)_{10} \rightarrow (?)_4$$

الحل:

(باستخدام طريقة البواقي من خلال إجراء عملية الإشتقاق).

$\begin{array}{r} 58 \\ 4 \overline{) 234} \\ \underline{20} \\ 34 \\ \underline{32} \\ \boxed{2} \end{array}$		$\begin{array}{r} 14 \\ 4 \overline{) 58} \\ \underline{4} \\ 18 \\ \underline{16} \\ \boxed{2} \end{array}$		$\begin{array}{r} 3 \\ 4 \overline{) 14} \\ \underline{12} \\ \boxed{2} \end{array}$
--	--	--	--	--

الباقى الأول

الباقى الثانى

الباقى الثالث

$$\boxed{3} \leftarrow \begin{array}{r} 4 \overline{) 3} \end{array}$$

الباقى الأخير .

التحقق :

$$(234)_{10} \iff (3222)_4$$

$$\begin{aligned}
 (3222)_4 &= 2 \times 4^0 + 2 \times 4^1 + 2 \times 4^2 + 3 \times 4^3 \\
 &= 2 + 8 + 32 + 192 \\
 &= 234
 \end{aligned}$$

وهو المطلوب.

★ ★ ★

(٢) أوجد المقابل في النظام الثلاثي عشر للمعد العشري التالي: (54289).

الحل:

نجري عملية الإشتقاق بطريقة جميع القسمة وبالتالي جميع البواقي:

البواقي:		
13	54289	
13	4176	1
13	321	3
13	24	9
13	1	11
		1

وهكذا نجد ما يلي:

$$(54289)_{10} \longleftrightarrow (111931)_{13}$$

التحقق:

$$\begin{aligned}(111931)_{13} &= 1 \times 13^0 + 3 \times 13^1 + 9 \times 13^2 + 11 \times 13^3 \\ &\quad + 1 \times 13^4 \\ &= 1 + 39 + 1521 + 24167 + 28561 \\ &= 54289\end{aligned}$$

وهو المطلوب.

ملاحظة (١):

لجأنا إلى تجميع البواقي منعاً للإطالة وحرصاً على تأمين الترتيب المناسب لبواقي عمليات القسمة.. ويفضل عادة إجراء النتائج بالطريقة التفصيلية ثم تجميعها بعد ذلك. ويوضح التطبيقان الأول والثاني الفرق بين الاتجاهين من جهة وما ينشأ عنها من تكامل من جهة أخرى.

ملاحظة (٢):

حين حصلنا على المتأثلة العددية في النظامين العشري والثلاثي عشر ينبغي دائماً الإلتباه إلى أن الأرقام الواردة في العدد (111931) ليست غير سلسلة من البواقي ولا يجوز معاملتها أو قراءتها كأعداد عشرية. وإذا كان الرقم (١) في كل الأنظمة يساوي الواحد لسبب وجيه يمكن الإلتباه إليه في عمليات الإرجاع كافة، إلا أن الرقم (١) في أقصى يسار العدد الثلاثي عشر السابق ليس من مرتبة « المئة الف » كما نقول ذلك في الأعداد « العشرية » المتأثلة.

★ ★ ★

(٣) برهن صحة المتأثلة التالية:

$$(1112643)_{10} \longleftrightarrow (5943)_{60}$$

ثم يبين أن العدد الستيني السابق لا يساوي $(59\ 43)_{60}$.

الحل:

بإمكاننا أن نبدأ بأي طرف من المتائلة السابقة. ولننطلق حالياً من الطرف الأيسر (باستخدام البواقي المجمعة).

البواقي:		
60	1112643	
60	18544	3
60	309	4
60	5	9
		5

وهكذا نتحقق المتائلة السابقة.

□ وكان بإمكاننا أن نجري عملية إرجاع للطرف الأيمن على النحو التالي:

$$\begin{aligned}
 (5943)_{60} &= 3 \times 60^0 + 4 \times 60^1 + 9 \times 60^2 + 5 \times 60^3 \\
 &= 3 + 240 + 32400 + 1080000 \\
 &= 1112643
 \end{aligned}$$

وهو المطلوب.

□□ ولكن. ماذا يحدث لو تأملنا قليلاً في العدد الستيني السابق وأجرينا جميعاً ثانياً لأرقامه على النحو التالي:

$$(59 \ 43)_{60} \text{ ————— ?}$$

ثم شرعنا في عملية الإرجاع معتبرين العددين (43) و (59) من مكونات النظام الستيني - وهو صحيح تماماً.

الإرجاع:

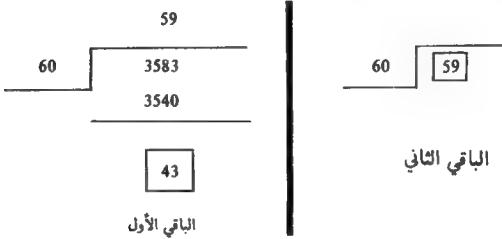
$$\begin{aligned}(59\ 43)_{60} &= 43 \times 60^0 + 59 \times 60^1 \\ &= 43 + 3540 \\ &= 3583\end{aligned}$$

وهكذا نجد أن النتيجة العشرية هي غير تلك المدونة في الطرف الأيسر من المتأثلة السابقة.

وهكذا نجد ما يلي:

$$(5943)_{60} \longleftrightarrow (59\ 43)_{60}$$

وللتحقق من هذه النتيجة الجديدة لنشتق العدد الستيني المقابل للعدد العشري $(3583)_{10}$.



ملاحظة (٣):

يستفاد من العمليات السابقة أن هناك ضرورة لتدوين أو قراءة البواقى بحيث لا يختلط علينا الإرجاع فيؤدى العدد الواحد فى النظام (س) إلى أعداد متخالفة فى العدد العشري. وتظهر خطورة ذلك حين يصعد الأساس الى المئات.

وما تم تجميعه ثانياً في المثال السابق من الممكن أن «يُحزم» ثلاثياً ورباعياً.. الخ.

وأمام الإختلاط الذي يمكن أن ينشأ في الأنظمة العددية العالية الأساس نلاحظ أن الإنسان في هذا العصر لا يكاد يستخدم غير الأنظمة العددية الأربعة التالية: الثنائي، والثاني، والسادسي عشر، بالإضافة إلى «العشري» - ذلك المرجع الحاسم للإدراك الحسي الرقمي عند بني البشر كافة.

وإذا كان الإنسان القديم قد وقت «آفاقه» الحاسوبية عند عتبات حياته العملية المحدودة فأسهم في تحقيق عدد لا بأس به من «الأفكار الحاسوبية»، إلا أن إنسان القرن العشرين لم يعد مؤطراً بالحياة العملية وإكتشاف أدوات «الضرورة» - كما لاحظناه ونلاحظه كل يوم. فأفق الإنسان في هذا العصر كاد أن يكون نوعياً. ويكفي أن تتأمل قليلاً في التطبيقات الحاسوبية الفلكية لنلاحظ ما طرأ من تغيرات «حادة» في طبيعة التعامل مع الأبعاد والمسافات والسرعات والكتل.

ولعل هذا «التعامل الفلكي» مع الأرقام سبب دعوة الكثيرين الى البحث عن أنظمة عددية «سحرية»؛ أو قادرة على «إمتصاص» هذه التعقيدات الرقمية الملموسة في علوم الكون.

ولا شك أن جانباً من تلك الدعوة قد نجح بشكل ملحوظ، كما نجد ذلك في المصطلحات الفلكية المخترعة من أمثال: البعد بين الأرض والشمس كواحدة للمسافات (ضمن المجموعة الشمسية)، و«السنة الضوئية» كواحدة للمسافات الخارقة في عالم النجوم والمجرات.. أو حتى في إعتبار «سرعة الضوء» في الفراغ كواحدة للسرعات الكونية..

ولكن هذه الإعتبارات الفلكية ليست غير رموز لا تشكل مدخلاً لنظام عددي ولا توازي تلك الأبعاد «الرقمية» في عالم الذرات. إذن.

لا بد أن يأتي يوم يجد الإنسان نفسه مضطراً الى إختراع حاسبات الكترونية جديدة تتعامل مع الأرقام والأبعاد والكتل الكبيرة والصغيرة بذات السهولة التي نجدها في العمليات الحاسوبية البسيطة.

ولكن كيف؟ لا بد من «أفق» حاسبي جديد يهد طريق الإنسان في القرون القادمة - إن لم تحدث كارثة الإنقراض المفاجيء للحضارة المعاصرة. هل يمكن أن ينتصر النظام الثلاثي - المثني؟.

وهل يمكن أن يظهر عصر جديد نستخدم فيه - على سبيل المثال - المتجهات أو فكرة الأسهم ARROWS للدلالة على الانتقال من نظام الى آخر، أو من «وحدة» الى أخرى، كما يحدث في علوم الكون كافة. مثال ذلك أن نقول:

ARROW 53298

فيم تخزين هذا العدد العشري وفقاً للنظام الثلاثي المثني، بدلاً من الثنائي وبدون التعليلة السابقة يتم التخزين كما هو سائد حالياً. أو كأن نقول:

ARROW 89235

فيكون معنى ذلك «الواحد» مخزناً في الخلية التي احداثياتها (xi, yi, zi) بدلاً من السائد حالياً.

★ ★ ★

وهكذا يتضح أن القضية لم تعد بعيدة المنال كما كان يظن - أو كما حدث في تجارب الحضارات القديمة.

ولكن يبدو أن الصعوبات التي تعترض الإنسان دائماً إنما مصدرها «وعيه بها».

فما كان صعباً ومعتداً في القرون القديمة أصبح بسيطاً وعادياً في حياة إنسان اليوم.

وتلك الصعوبات التي إعتزست طريق العظيم أرخيدس حين وضع كتابه « حساب الرمل » محاولاً أن يجد المصطلحات والمدونات الرقمية المناسبة لعدد الرمل في الكرة الأرضية، قد إختفت نهائياً ليس في هذا القرن فحسب وإنما في القرون الوسطى على أيدي رجال من أمثال الخوارزمي وثابت بن قرّة والكرخي واخوان الصفا* وغيرهم.

وبعبارة وجيزة نقول:

إن النظام العددي الذي كانت تحتاج حضارة ما إلى إنجازه وبلورته في عهود طويلة معقدة قد أصبح أمر إنجازه يسيراً على فرد واحد.

ولو لم يكن هذا الفرد قد ظهر قبل أكثر من ألف عام لكان طبيعياً أن تختلف الجهود والنتائج، بل وتتحدد المعاملات بين الناس والأمم وفقاً لأنظمتهم الخاصة.

* انظر مصطلحاتهم المختارة في الجزء الأول/ الصفحة ١٥٥ من رسائلهم العظيمة .

ملحق

Comparison of Selected Systems of Numerals

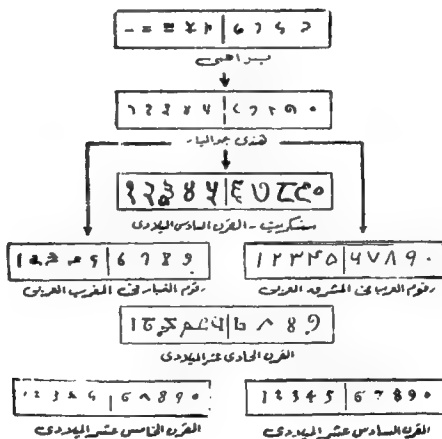
(EUROPEAN)	: الأوربي	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
(ARABIC)	: العربي	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
(DEVANAGARI)	: الديفانجاري	१	२	३	४	५	६	७	८	९	०
(TIBETAN)	: التبتية	༡	༢	༣	༤	༥	༦	༧	༨	༩	༠
(KASHMIR)	: الكشميري	३	३	३	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
(BENGALIS)	: البنغالي	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	০
(SIAMESE)	: السيامي	๑	๒	๓	๔	๕	๖	๗	๘	๙	๐

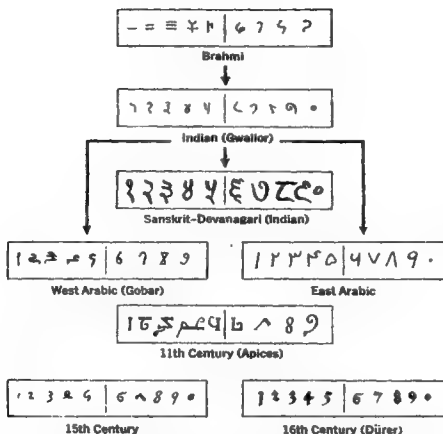
عن « البريتانیکا »

عن «مفتاح» إلى «سبب» «الفرق» «والتحقيق» «الدراسات» «والخلفي» «١٩٦٧ م»

الرقوم الأوروبية المعاصرة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
القرن الثالث (م م)	—	=	≡	¥		ψ	7		1	
القرن الأول الميلادي	—	=	≡	4	h	6	7	7	3	
سكتريث القرن السادس الميلادي	9	2	3	8	4		7	6	5	0
الشعوب العربية	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
الرقوم القبطية في الغرب العربي	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
القرن الحادي عشر الميلادي	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

شكل (٢)

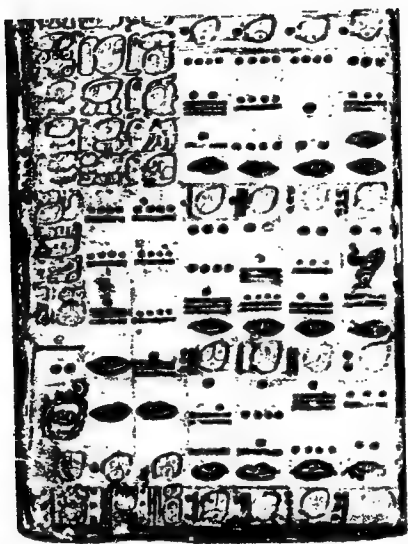




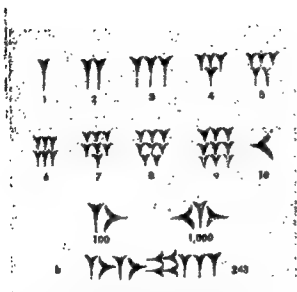
Genealogy of our digits Following Karl Menninger, *Zahlwort und Ziffer* (Göttingen: Vanderhoeck & Ruprecht, 1957-1958, 2 vols.), II, 233

٧٠
١٥
١٤
١٣
١٢
١١
١٠
٩
٨
٧
٦
٥
٤
٣
٢
١

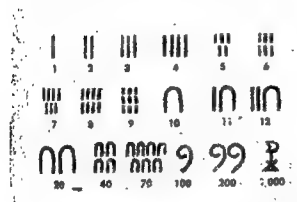
عدد	هـ و غـ	هـ و طـ	فـ و بـ	بـ و جـ	سـ و دـ
١	١	١	١	١	١
٢	٢	٢	٢	٢	٢
٣	٣	٣	٣	٣	٣
٤	٤	٤	٤	٤	٤
٥	٥	٥	٥	٥	٥
٦	٦	٦	٦	٦	٦
٧	٧	٧	٧	٧	٧
٨	٨	٨	٨	٨	٨
٩	٩	٩	٩	٩	٩
١٠	١٠	١٠	١٠	١٠	١٠
١١	١١	١١	١١	١١	١١
١٢	١٢	١٢	١٢	١٢	١٢
١٣	١٣	١٣	١٣	١٣	١٣
١٤	١٤	١٤	١٤	١٤	١٤
١٥	١٥	١٥	١٥	١٥	١٥
١٦	١٦	١٦	١٦	١٦	١٦
١٧	١٧	١٧	١٧	١٧	١٧
١٨	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨
١٩	١٩	١٩	١٩	١٩	١٩
٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠
٢١	٢١	٢١	٢١	٢١	٢١
٣٠	٣٠	٣٠	٣٠	٣٠	٣٠
٤٠	٤٠	٤٠	٤٠	٤٠	٤٠
٥٠	٥٠	٥٠	٥٠	٥٠	٥٠
٦٠	٦٠	٦٠	٦٠	٦٠	٦٠
٧٠	٧٠	٧٠	٧٠	٧٠	٧٠
٨٠	٨٠	٨٠	٨٠	٨٠	٨٠
٩٠	٩٠	٩٠	٩٠	٩٠	٩٠
١٠٠	١٠٠	١٠٠	١٠٠	١٠٠	١٠٠
٢٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٢٠٠
٣٠٠	٣٠٠	٣٠٠	٣٠٠	٣٠٠	٣٠٠



كل عمود من الأعمدة السبعة في هذه اللوحة
يمثل عدداً ما يلي



4. The Babylonian cuneiform equivalents for 1, 10, 100 and 1,000. The regular 243 is also written.



5. The hieroglyphic number system employed by the ancient Egyptians. It serves their for decorative purposes.



6. How the number 527 would be written in the Egyptian hieroglyphic system. This is called an additive system.



7. Hieroglyphic numbers were used in monuments such as the characteristically Egyptian obelisk illustrated above.

الأنقسام

[illegible]

في التفسير - في

فهرس

□ الفصل الأول :-

٥	— أنظمة العدّ في الحضارات القديمة
٩	— نظام العدّ عند المصريين القدماء
١٤	— نظام العدّ البابلي
١٩	— اليونان
٢١	— المرحلة الأيونية
٢٤	— نظام العدّ الروماني
٢٥	— نظام العدّ عند المايا
٢٨	— نظام العدّ الصيني
٣١	— نظام العدّ اليمني
٣٩	— نظام العدّ العربي ومشكلة الأرقام الهندية

□ الفصل الثاني :

٥٣	— أنظمة العدّ في الحاسبات الالكترونية
٥٥	— الباب الأول — النظام الثنائي
٦١	— العمليات الحسابية الأساسية
٧٠	— النظام السداسي عشر
٧٣	— النظام الثماني
٧٥	— التحويل بين الأنظمة المختلفة
٨٥	— النظام العشري المرمز ثنائياً
٨٧	— عيوب النظام الثنائي
١٠٩	— الباب الثاني — بناء أنظمة العدّ وتعميم حالاتها

هذا الكتاب

كتب هذا الكتاب متجهين تكاملين: تاريخي وتعليمي.
في الفصل الأول حاول المؤلف أن يغطي، بلغة موجزة تطمح إلى الدقة،
أنظمة العدّ في المدنيّات الحضارية التالية: سومر، وبابل، ومصر القديمة، والمايا،
والين، وتدمر، والصين، والمند، واليونان والرومان.
ويشيء من التفصيل عالج المؤلف تلك المشكلة المعروفة بالأرقام الهندية،
مؤكداً في النتائج الأخيرة على أن الأرقام (الشرقية والمغربية) عربية المولد
والسب.

وفي الفصل الثاني غطى المؤلف ومن خلال الشروح والأمثلة والتاريخ المحلولة
الأنظمة العددية المستخدمة في الحاسبات الألكترونية، وهي: الثنائي البحت،
والثنائي المطور أو المضبوط، والثاني، والسادس عشر، فضلاً عن نظام عددي
جديد لم يسبق أن «تبني» عرضه مؤلف عربي أو أجنبي منذ اختراعه قبل
خمس عشرة سنة من قبل العالم العربي السوري خير الدين حقي، وهو النظام
الثلاثي المثنى.

إن هذا الكتاب محاولة تطمح إلى تأسيس نواة تاريخ لأنظمة العدّ عبر
العصور. وفي الأحوال كافة لا يمكن للمحاولة أن تصبح جهداً علمياً أكيداً إلا
بعد أن تصقلها آراء المتابعين لتاريخ العدّ والتطورات الرياضية.